

УДК 631.331

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЗЕРНА ПО РУХОМИМ ПОВЕРХНЯМ ВИСІВНИХ АПАРАТІВ

Гевко Б.М

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Приведена методика розроблення математичної моделі руху зернин по рухомих конічній і плоскій поверхнях висівних дисків сівалок. При цьому виведені аналітичні залежності для визначення траєкторії руху зернин по поверхні обертового диска, кутової швидкості обертання масиву насіння і реакції поверхонь диска та кожуха.

The technique of developing the mathematical model of moving the grains along the walking surface of sowing devices of seeders is proposed.

The movement of particles along the rough surfaces is developed in detail by academician P.M.Vasylenko. The movement of particles along the rotational conical surface is researched and the system of equations for numerical determination of movement trajectory is developed.

The model of moving the particle of sowing device which allows determining the kinematical and power parameters during the interaction of a seed with conical and flat sowing disks is worked out. The analytical dependences for determining the movement trajectory of seeds along the surface of rotational disc, angular velocity of rotation of seed area and the reaction of surfaces of the casing and disc are developed.

Постановка проблеми

Проектування багатьох сільськогосподарських машин, зокрема висівних апаратів, неможливе без визначення кінематичних і динамічних параметрів переміщення матеріалу по поверхнях машин. У випадку посівних апаратів переміщення частинок може відбуватись без взаємодії з іншим посівним матеріалом, а тому, визначення траєкторій руху окремої частинки, визначення параметрів його взаємодії з рухомими поверхнями, деталей апаратів, є важливою науковою задачею, що дозволяє на етапі проектування забезпечувати високі вимоги до їх точності.

Аналіз останніх досліджень

Рух частинок по шорстких поверхнях детально проаналізовано в роботах П.М. Василенка [1, 2], а також в інших джерелах. У випадку, коли частинка рухається по поверхні з прокачуванням, широко використовується модель кулі. В роботі [3]

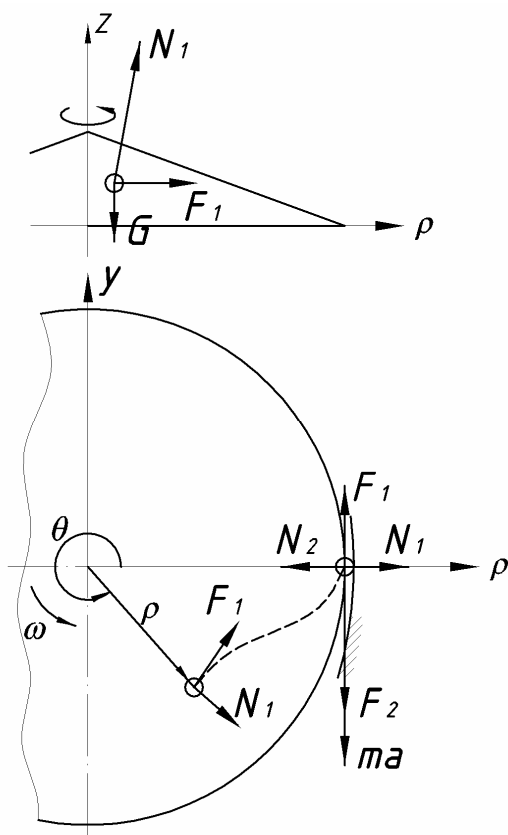


Рис. 1. Розрахункова схема руху насінини по поверхні висівного диска

представлено розв'язок задачі про рух кулі по довільній кривій. Ударну взаємодію сферичних частинок із робочими поверхнями машин розглянуто в роботах Морозова І.В. [4], Рогатинського Р.М. [5]. Аналіз взаємодії частинок, відмінних від кулі, з робочими органами машин наведено в роботі [6]. Проте ряд питань, пов'язаних із обґрунтуванням параметрів руху посівного матеріалу по обертових конусних поверхнях залишилися не повністю дослідженими.

Мета роботи

Метою роботи є розроблення математичної моделі руху частинок висівного матеріалу для визначення кінематичних та силових параметрів під час взаємодії насінини з конічними та плоскими висівними апаратами з виведенням відповідних аналітичних залежностей.

Реалізація результатів досліджень

Розглянемо рухому конусну поверхню диска висівного апарату діаметром кожуха D_0 в циліндричній системі координат $O\rho\theta z$, що обертається з кутовою швидкістю ω .

Рівняння такої поверхні в циліндричній системі координат

$$\rho_1 = u; \theta_1 = \phi_1; z_1 = u_1 \operatorname{ctg} \beta. \quad (1)$$

Рівняння циліндричної поверхні кожуха

$$\rho_2 = D_0 / 2; \theta_2 = \phi_2; z_2 = u_2, \quad (2)$$

де u_i та ϕ_i - відповідно лінійний та кутовий незалежні параметри кожної із поверхонь.

Диференціальні рівняння руху матеріальної частинки виведено відповідно в [2,4]. З метою спрощення подальших викладок стосовно руху потоку, дослідимо рух частинки в циліндричних координатах $O\rho\theta z$. Розглянемо матеріальну зернину А, яка переміщається лише по поверхні конусного диска під час його обертання.

З використанням принципу Даламбера рівняння руху для матеріальної зернини

$$\bar{N}_1 + \bar{F}_1 + \bar{G} - m\bar{a} = 0, \quad (3)$$

де \bar{N}_1 та \bar{F}_1 відповідно вектори сил нормальної реакції конусної поверхні диска висівного апарату і сили тертя від її дії (рис. 1, а), $F_1 = \mu_1 N_1$;

m - маса частинки, \bar{a} - абсолютне прискорення частинки; \bar{G} - вектор сили земного тяжіння; μ_1 - коефіцієнт тертя ковзання частинки по поверхні диска.

Вектор рівнодійної реакції поверхні на частинку в полярній системі координат $\bar{R}_1 = \bar{N}_1 + \bar{F}_1 = \{\alpha_{\rho 1} N_1; \alpha_{\theta 1} N_1; \alpha_{z 1} N_1\}$, де $\alpha_{z 1}, \alpha_{\theta 1}$ та $\alpha_{\rho 1}$ - відповідні коефіцієнти (суми направляючих косинусів векторів \bar{N}_1 та \bar{F}_1 до ортів координатної системи).

Після розкладу на координатні осі рівняння (3) має вигляд

$$\begin{aligned} \alpha_{\rho 1} N_1 + G_{\rho} - m a_{\rho} &= 0; \\ \alpha_{\theta 1} N_1 + G_{\theta} - m a_{\theta} &= 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\alpha_{z1} N_1 + G_z - m a_z = 0.$$

Складові швидкості v та абсолютного прискорення a частинки під час її руху по поверхні кожуха під дією спіралі

$$v_\rho = d\rho/dt = \dot{\rho}; v_\theta = \rho \cdot d\theta/dt = \rho\dot{\theta}; v_z = (d\rho/dt) \operatorname{ctg} \beta = \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta;$$

$$a_\rho = \ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2; a_\theta = \rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta}; a_z = (\ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2) \operatorname{ctg} \beta, \quad (5)$$

де ρ , $\dot{\rho}$ та $\ddot{\rho}$ - відповідно радіальні параметр частинки, її швидкість та прискорення $\rho = D/2$;

θ , $\dot{\theta}$ та $\ddot{\theta}$ - відповідно кутові параметр, швидкість та прискорення частинки в системі $O\rho\theta z$;

2β - кут конуса диска.

Вектор \bar{N}_1 направлений перпендикулярно поверхні диска висівного апарату, а вектор \bar{F}_1 розміщений в площині, дотичній до цієї поверхні, в точці її контакту із частинкою і направлений протилежно вектору відносної швидкості частинки щодо кожної із поверхонь.

Напрямок вектора відносної швидкості частинки $\bar{v}_g = \bar{v} - \bar{v}_1$, де $\bar{v}_1 = 0 \cdot \bar{e}_\rho + \rho\omega \cdot \bar{e}_\theta + 0 \cdot \bar{e}_z$, де \bar{e}_i - орти відповідних осей координат.

Отже, відносна швидкість дорівнює:

$$\bar{v}_g = \bar{v} - \bar{v}_1 = \dot{\rho} \bar{e}_\rho + \rho(\dot{\theta} - \omega) \cdot \bar{e}_\theta + \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta \cdot \bar{e}_z. \quad (6)$$

Її абсолютна величина

$$v_g = |\bar{v}_g| = [\rho^2 (\dot{\theta} - \omega)^2 + \dot{\rho}^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta)]^{1/2}. \quad (7)$$

Відповідно

$$\bar{N}_1 = N \{ \sin \beta; 0; \cos \beta \}; \quad \bar{F}_1 = -\mu N_1 \bar{v}_g / |\bar{v}_g|. \quad (8)$$

Отже, коефіцієнти при векторі сили зв'язку частинки із поверхнею диска дорівнюють:

$$\alpha_1 = \left\{ \sin \beta - \mu_1 \dot{\rho} / v_g; \mu_1 \rho (\omega - \dot{\theta}) / v_g; \cos \beta - \mu_1 \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta / v_g \right\}. \quad (9)$$

Відповідно система (4) має вигляд:

$$\begin{aligned} \{ \sin \beta - \mu_1 \dot{\rho} / v_g \} N_1 - m (\ddot{\rho} + \rho \dot{\theta}^2) &= 0; \\ [\mu_1 \rho (\omega - \dot{\theta}) / v_g] N_1 - m (\rho \ddot{\theta} + 2 \dot{\rho} \dot{\theta}) &= 0; \\ (\cos \beta - \mu_1 \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta / v_g) N_1 - mg - m \dot{\rho} \operatorname{ctg} \beta &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

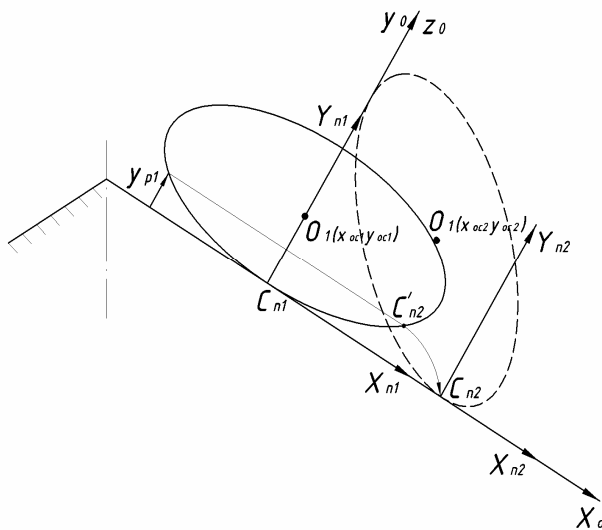


Рис. 2. Розрахункова схема руху частинки по поверхні висівного диска

Після відповідних перетворень і спрощень (12) отримано наступну систему рівнянь для числового визначення траєкторії руху частинки по обертовій конічній поверхні:

$$\left. \begin{aligned} \rho \theta (v_e \cos \beta - \mu_1 g \operatorname{ctg} \beta) - g(v_e \sin \beta - \mu_1 g) &= 0 \\ (\rho \theta + 2\rho \dot{\theta})(v_e \sin \beta - \mu_1 g) - \mu_1 \rho (\dot{\theta} + \rho \dot{\theta}) (\omega - \dot{\theta}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Розв'язок систем (11) числовими методами показує, що в процесі обертання диска висівного апарату частинка, що лежить на його поверхні, наближається до периферії диска за траєкторією, близькою до дотичної колової траєкторії з радіусом, що відповідає радіальному параметру частинки.

Проте, використання моделі матеріальної частинки для випадку потоку пов'язано із рядом обмежень, для встановлення яких необхідно розглянути складніші моделі, наприклад, модель руху сферичної частинки.

У випадку падіння частинки з висоти на поверхню конічного диску траєкторію відскоку моделювали за допомогою спеціального програмного забезпечення, що моделює взаємодію круглих частинок із обертовою поверхнею робочого органу [5]. Вказане програмне забезпечення дозволяє змоделювати рух сферичної частинки по обертовій поверхні залежно від різних початкових кінематичних параметрів частинки. Встановлено, що частинка з початковими нульовими кутовою та лінійною швидкостями під час взаємодії з рухомою поверхнею обертового диска висівного апарату через соті долі секунди переходить від режиму ковзання до режиму кочення.

Визначення траєкторії руху некруглого (еліпсоїдного) зерна залежно від кута повороту частинки наведено в роботі [4]. В цьому випадку лінійна швидкість центра частинки від її кутової швидкості $\overline{\omega} = \overline{\varphi \dot{\alpha}_e}$, при її переміщенні по криволінійних поверхнях визначається за залежністю:

$$v_c = \sqrt{(\dot{x}_{0c})^2 + (\dot{y}_{0c})^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_{0c}}{\partial \varphi_l} \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_{0c}}{\partial \varphi_l} \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}\right)^2} = \omega_e \sqrt{(\dot{x}_{0c})^2 + (\dot{y}_{0c})^2}, \quad (12)$$

де τ - параметр часу; x_{0c} та y_{0c} - відповідно координати центру зернини; φ_l - кут повороту частинки; φ_{n20} - кут між нормаллями, проведеними до поверхні еліпса в точках дотику, відповідно початковій та в розглядуваній момент часу τ ; φ_l - кут між нормаллями, проведеними до поверхні кочення у початковій та біжучій точках дотику.

Згідно закону збереження енергії для зернини під час кочення виконується рівність:

$$\frac{m v_c^2}{2} + \frac{I \dot{\alpha}_e^2}{2} + \frac{k_t \varphi_e^2}{2} = mg \Delta h; \quad (13)$$

де m - маса зерна; v_c - швидкість руху центра мас зерна; I - момент інерції еліпсоїда навколо вісі навколо центральної вісі обертання; k_t - дисипативний коефіцієнт розсіювання енергії; Δh - рівень розміщення зерна по висоті робочої зони, $\Delta h = -y_{0c}$.

З рівнянь (12), (13) отримано значення модуля кутової швидкості обертання еліпса:

$$|\omega| = \sqrt{\frac{-mgy_{0c}}{\frac{m\sqrt{(x_{0c})^2 + (y_{0c})^2}}{2} + \frac{I}{2} + \frac{k_t}{2}}}}. \quad (14)$$

За зміною кутової швидкості згідно (14) визначено лінійну швидкість зернини.

Виведені залежності дають можливість визначити траєкторію руху центра мас зерна по конусній поверхні диска висівного апарату та закон зміни швидкості частинки, для чого розроблено відповідні алгоритми та програмне забезпечення.

Під час накопичення зерна по периферії рухомого диска, насіння в масиві може поводити себе аналогічно матеріальній частинці в зв'язку з тим, що взаємне провертання частинок практично відсутнє, тобто реалізується модель зв'язної маси. В цьому випадку форма частинки на її рух практично не впливає, а модель переміщення насіння визначається, як модель руху частинки в безвідривному режимі по поверхнях рухомого конічного диска та нерухомого вертикального циліндричного кожуха. Траєкторія руху частинки є коло з діаметром D_0 . Відповідно $\rho = D_0$ і частинка має лише один незалежний параметр θ .

З використанням принципу Даламбера рівняння руху для матеріальної частинки аналогічно (3) має вигляд:

$$\bar{N}_1 + \bar{F}_1 + \bar{N}_2 + \bar{F}_2 + \bar{G} - m\bar{a} = 0, \quad (15)$$

де \bar{N}_2 та \bar{F}_2 - відповідно вектори сил нормальної реакції циліндричної поверхні кожуха та сили тертя від її дії, $F_2 = \mu_2 N_2$. Вектор рівнодійної реакції поверхонь диска ($i=1$) та циліндричного кожуха ($i=2$) у полярній системі координат, аналогічно записано $\bar{R}_i = \bar{N}_i + \bar{F}_i = \{\alpha_{\rho i} N_i; \alpha_{\theta i} N_i; \alpha_{z i} N_i\}$, де $\alpha_{\rho i}, \alpha_{\theta i}$ та $\alpha_{z i}$ - відповідні коефіцієнти (суми направляючих косинусів векторів \bar{N}_i та \bar{F}_i до ортів координатної системи). Для розглядуваного випадку $\alpha_1 = \{\sin \beta; \mu_1; \cos \beta\}$; $\alpha_2 = \{-1; -\mu_2; 0\}$.

Після розкладу на координатні осі рівняння (3) має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\rho 1} N_1 + \alpha_{\rho 2} N_2 + G_{\rho} - ma_{\rho} &= 0; \\ \alpha_{\theta 1} N_1 + \alpha_{\theta 2} N_2 + G_{\theta} - ma_{\theta} &= 0; \\ \alpha_{z 1} N_1 + \alpha_{z 2} N_2 + G_z - ma_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Складові швидкості та абсолютного прискорення частинки під час її руху по поверхні кожуха під дією диска

$$\left. \begin{aligned} v_{\rho} &= 0; v_{\theta} = u \cdot d\theta / dt; v_z = 0; \\ a_{\rho} &= -\rho \dot{\theta}^2; a_{\theta} = \rho \ddot{\theta}; a_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Після відповідних перетворень реакції поверхонь диска та кожуха відповідно визначатимуть із залежностей

$$N_1 = mg / \cos \beta; N_2 = m (D_0 \dot{\theta}^2 / 2 + g \operatorname{tg} \beta). \quad (18)$$

Рівняння руху частинки в розгорнутому вигляді має вигляд:

$$\ddot{\theta} - 2\mu_1 g / (D_0 \cos \beta) + \mu_2 (\ddot{\theta} + 2g \operatorname{tg} \beta / D_0) = 0. \quad (19)$$

Для встановленого руху, коли $\ddot{\theta} = 0$, кутова швидкість кругового руху матеріальної частинки (за умови $\theta < \omega$) дорівнює:

$$\omega_A = \dot{\theta} = \sqrt{2g(\mu_1 - \mu_2 \sin \beta) / (\mu_2 D_0 \cos \beta)}. \quad (20)$$

Як впливає із рівняння (20), кутова швидкість кругового руху матеріальної частинки не залежить від кутової швидкості диска у визначеному діапазоні кутових швидкостей. Проте, для реального насіння, особливо сферичної форми, внаслідок його перекочування реальна кутова швидкість обертання масиву насіння ω_p дорівнює $\dot{\theta} \leq \omega_p \leq \omega$.

Як свідчать отримані результати, рух насіння по поверхні обертового диска від зони завантаження до периферії бункера насінневого апарату займає незначний проміжок часу та в процесі їх розподілу у комірках висівного апарату приймаємо, що насіння розміщується по зовнішньому діаметру конічного диска, тобто його рух описується рівнянням (18), або з врахуванням реальної форми насіння.

В загальному випадку на рух частинки по рухомих поверхнях машин суттєво впливають її відхилення від правильної сферичної форми, а тому в точних розрахунках технологічних процесів сільськогосподарського виробництва та проектуванні відповідних машин вплив таких відхилень доцільно враховувати.

Висновки

В результаті проведених досліджень розроблено модель руху частинки висівного матеріалу, що дає можливість визначити кінематичні та силові параметри під час взаємодії насінини з конічними та плоскими висівними дисками. Виведено аналітичні залежності для визначення траєкторії руху зернин по поверхні обертового диска, кутової швидкості обертання масиву насіння і реакції поверхонь диска та кожуха.

Література

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. – К.: Изд. УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Василенко П.М., Василенко Т.А., Богачев С.Я. О движении семян по семяпроводам посевных машин. // Сельскохозяйственная машина. – 1957.-с.3-6.
3. Заика П.М. Избранные задачи земледельческой механики. – К.: Издательство УСХА, 1992. – 507 с.
4. Морозов І.В., Дудін О.В. Модель траєкторії руху зерна по поверхнях сільськогосподарських машин // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства “Механізація сільськогосподарського виробництва”. Вип.21.-Харків: ХДТУ-2003. – С.124-131.
5. Рогатинський Р.М. та інші. Модель контактної взаємодії частинки вантажу з робочими поверхнями сільськогосподарських машин // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства “Механізація сільськогосподарського виробництва”. – Вип.21. – Харків: ХДТУСГ –09.10.2003 р. – С. 222-228.
6. Гевко Б.М., Рогатинський Р.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин. - Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1989. - 176с.