**III. ПЕРЕРОБНІ ТА ХАРЧОВІ ВИРОБНИЦТВА**

Булгаков В. М.

Національний
університет
біоресурсів і
природокористування
України

Пришляк В. М.

Вінницький
національний
аграрний
університет

УДК 631.358.44/45

**ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ
СПІРАЛЬНОГО СЕПАРАТОРА
ПРИ ОЧИЩЕННІ
КОРЕНЕБУЛЬБОПЛОДІВ ВІД
ДОМІШОК**

В статье теоретически исследуются изгибные колебания консольной спирали сепаратора вороха корнеклубнеплодов и получены выражения, которые описывают колебания и прогиб спирали в процессе выполнения технологического процесса очистки.

In paper fluctuations of a console spiral during work is theoretically investigated and expressions which describe fluctuations and a deflection of a spiral is received.

Вступ. Підвищення якості очищення коренебульбоплодів (коренеплодів цукрових буряків, картоплі тощо) від домішок при їх збиранні дозволяє підвищити основні показники виконання технологічного процесу збирання і послідуного зберігання. Розроблена вдосконалена конструкція спірального сепаратора вороху коренебульбоплодів [1], який являє собою три послідовно встановлені пружні спіралі, що обертаються в одному напрямку. При проектуванні необхідно звернути особливу увагу на забезпечення динамічної стабільності роботи нежорстких елементів, які розміщені консольно, а відповідно і зміну параметрів робочого органу в процесі його роботи.

Мета дослідження. Аналітично дослідити коливання пружного робочого елемента очисника коренебульбоплодів від домішок і визначити умови, за якими не відбуватиметься випадіння тіл коренебульбоплодів з сепаруючої поверхні.

Основний зміст дослідження. Розглянемо процес коливання пружних стержнів, які виконані у вигляді циліндричних пружин радіусом R , з кроком навивки S і кутом підйому гвинтової лінії по осі спіралі γ . Пов'яжемо стержень з криволінійною системою координат $O_1x_1l_1z_1$, в якій осі O_1x_1 і O_1z_1 співпадають з осями головної системи координат $O'x'$ і $O'z'$, а вісь O_1l розміщена вздовж осі криволінійного стержня досліджуваної спіралі.

В експлуатаційних умовах при змінному навантаженні по довжині спіралі і змінними властивостями спіралі піддатливості деформаціям згину і кручення, параметр кроку спіралі S стає змінним по довжині і ця зміна не відповідає закону плоских перерізів.

Для спрощення розгляду в даному випадку і, враховуючи жорсткість спіралі, замінимо криволінійний стержень консоллю з приведеними параметрами. В результаті аналітичного дослідження [2] встановлено, що приведений осьовий момент інерції пружної консолі буде величиною змінною по довжині спіралі, оскільки залежить від кутового параметру ψ , що визначає довжину спіралі l :

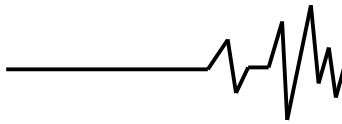
$$I_R = \frac{\pi r^4}{4} \left[\frac{\sin \gamma}{1 + (1 + 2\nu)\sin^2 \psi \cos^2 \gamma} \right], \quad (1)$$

де I_R – приведений момент інерції спіралі; r – радіус прутка навивки спіралі; ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу спіралі.

Представимо кутовий параметр наступною залежністю:

$$\psi = \psi_0 + \omega t = \frac{2\pi z}{S} + \omega t,$$

де ω – кутова швидкість обертального руху спіралі, та отримаємо залежність приведенного моменту інерції I_R спіральної консолі від довжини (координати z) і часу t , при постійних



значеннях кроку навивки $S = const$ і кутової швидкості $\omega = const$. Графічні залежності приведенного моменту інерції I_R від поздовжньої координати зображені на рис. 1.

Дослідження зігнутої осі балки можливо проводити за допомогою диференціального рівняння для випадку навантаження вільною системою сил і моментом на кінці [3] або на основі рівнянь сумісності деформацій [4]. В спрощеному вигляді подібні розрахунки прогину можливо також проводити за допомогою рівнянь, які отримав С.П. Тимошенко [5]. Але в цих випадках розглядаються балки (стержні) постійного поперечного перерізу з сталими властивостями. Для спіралі, момент інерції якої є функцією поздовжньої координати і часу, ці методи не дають нової інформації. Тому для даного дослідження найбільш доцільним є застосування диференціального рівняння поперечних згинальних коливань деформованих стержнів Бернуллі-Ейлера, яке складається із співвідношення кривизни при згині і диференціального рівняння статичного згину Я. Бернуллі та доданого до нього Л. Ейлером динамічного члена, що враховує сили поперечної інерції. Для вільних коливань права частина рівняння дорівнює нулю, а в випадку змушуючої зовнішньої дії на стержень права частина рівняння приймає вигляд даної функції змушення. При рівномірно розподіленому в часі і по поздовжній координаті навантаженні, права частина рівняння приймає вигляд рівномірно розподіленого навантаження.

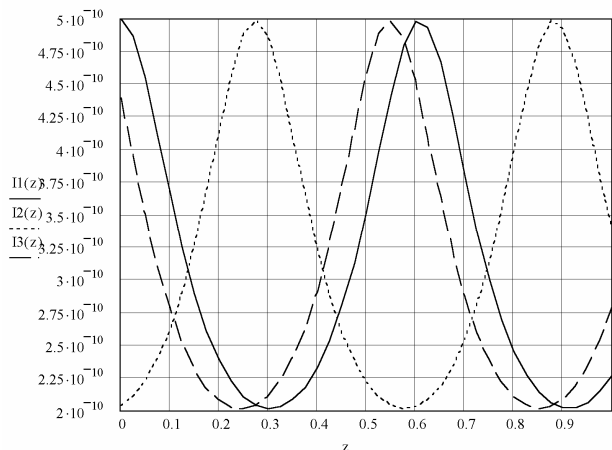


Рис. 1. Зміна приведенного моменту інерції I_R перерізу консолі з діаметром пружини $d = 17$ мм, кроком навивки $S = 48$ мм і кутом підйому витка $\gamma = 7^\circ$ при обертанні з кутовою швидкістю $\omega = 30$ рад/с в моменти часу $t = 0$ с (I1); $t = 1$ с (I2); $t = 2$ с (I3) по довжині спіралі від 0 до 50 мм

Отже, в нашому випадку згинальні коливання стержня описуються рівнянням наступного вигляду [6]:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI_R \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \tilde{q}(z, t), \quad (2)$$

де $\tilde{q}(z, t)$ – розподілене і змінне в часі навантаження спірального елемента сепаратора картопляним ворохом; ρ – густина матеріалу спіралі; F – площа поперечного перерізу прутка.

В класичній теорії згину приймають гіпотезу, згідно якої плоскі перерізи зберігають свою площинність і після згину, а сама деформація згину напрямлена по нормалі до поздовжніх волокон стержня. Тобто, для спрощення теоретичних досліджень приймають плоский згин.

Розв'язком даного диференціального рівняння є залежність прогину консолі по довжині для випадку власних і вимушених коливань [7, 8]. Розв'язок рівняння (2) подамо у вигляді суми функцій:

$$W(z, t) = W^*(z, t) + \tilde{W}(z, t), \quad (3)$$

де $W^*(z, t)$ – загальний розв'язок однорідного рівняння, що має вигляд:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI_R \frac{\partial^2 W^*}{\partial z^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 W^*}{\partial t^2} = 0; \quad (4)$$

$\tilde{W}(z, t)$ – частинний розв'язок вихідного диференціального рівняння при нульових початкових умовах: при $z = 0, t = 0,$

$W(z, t) = 0, \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0;$ при $z = l,$ необхідно

$$EI_R \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0, \frac{\partial}{\partial z} \left(EI_R \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) = 0.$$

Частинний розв'язок $\tilde{W}(z, t)$ подамо у вигляді залежності прогину від довжини, що має такий вигляд:

$$\tilde{W}(z, t) = \frac{qL^2 \left(\frac{z^4}{L^2} - \frac{2z^3}{L} + 6z^2 \right)}{24EI_R}. \quad (5)$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння (4), згідно методу Фур'є, подамо як добуток функції поздовжньої координати $Z(z)$ на функцію часу $T(t)$. Тобто:

$$W^*(z, t) = Z(z) \cdot T(t). \quad (6)$$



Припустимо, що частота власних коливань спіралі в i раз більша за частоту обертання. Тут i – кратність коливань. Тоді приймемо, що $T(t) = \cos(\omega i t)$. Перший множник виразу (6) подамо у вигляді функцій А.М. Крилова [7, 9]:

$$Z(z) = AS(\lambda z) + BT(\lambda z) + CU(\lambda z) + DV(\lambda z),$$

$$W = [AS(\lambda z) + BT(\lambda z) + CU(\lambda z) + DV(\lambda z)] \cdot \cos(\omega i t) + \frac{qL^2 \left(\frac{z^4}{L^2} - \frac{2z^3}{L} + 6z^2 \right)}{24EI_R}. \quad (7)$$

Розв'язок даного диференціального рівняння при підставлених відповідних значеннях складових являє собою залежність, яка відображає процес коливання консольної спіралі як функцію конструктивних параметрів спіралі і властивостей матеріалу. Оскільки коефіцієнти при функції Крилова мають числові значення у певному положенні спіралі, то розв'язок рівняння подамо у вигляді графічних

де $S(\lambda z), T(\lambda z), U(\lambda z), V(\lambda z)$ – спеціальні функції, які ввів у механіку А.М. Крилов; A, B, C, D – сталі, які визначаються підстановкою загального розв'язку у граничні умови; λ – спектр власних значень частот коливань.

Враховуючи дію рівномірно розподіленого навантаження, загальний розв'язок диференціального рівняння (2) матиме наступний вигляд:

залежностей (рис. 2, 3, 4) при кутовій швидкості обертання спіралі $\omega = 30 \text{ рад/с}$, густині матеріалу спіралі $\rho = 7700 \text{ кг/м}^3$, модулі пружності $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, радіусі прутка $r = 8,5 \text{ мм}$ при кратності коливань 1 і дії рівномірно розподіленого навантаження 100 кг/м в моменти часу: 1) 0 с; 2) 0,05 с; 3) 0,1 с; 4) 0,15 с; 5) 0,2 с; 6) 0,25 с.

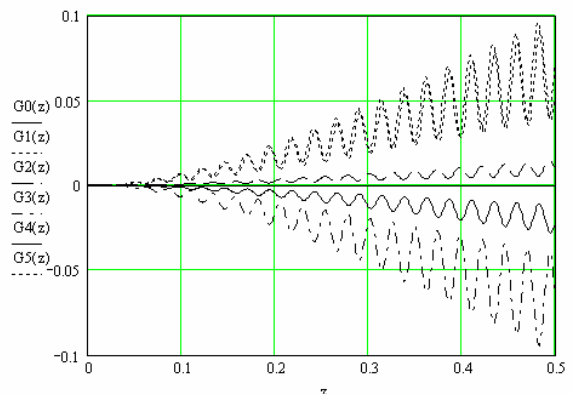


Рис. 2. Криві прогину осі спіралі при власних згинальних коливаннях

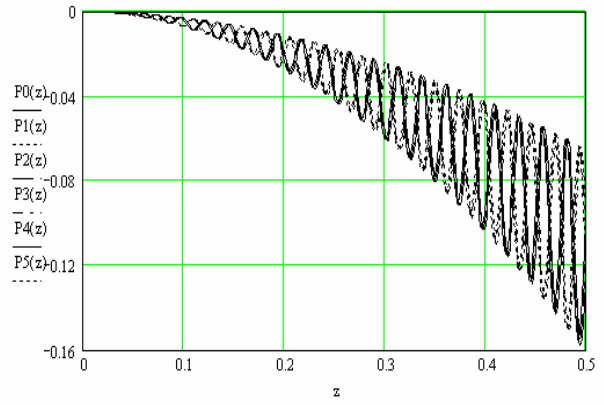


Рис. 3. Залежність прогину осі спіралі від дії рівномірно розподіленого навантаження

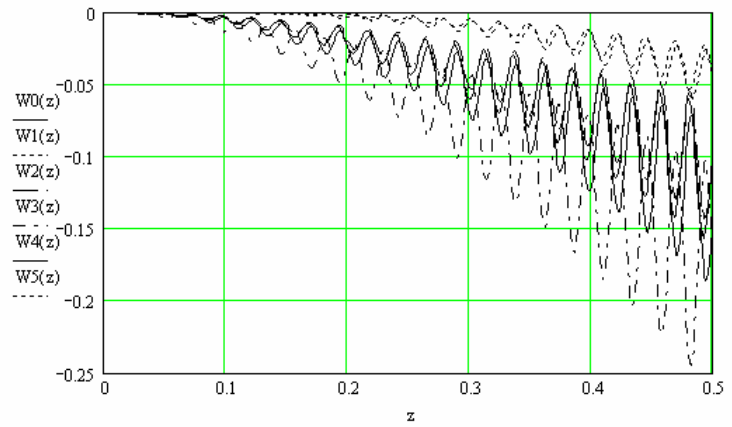


Рис. 4. Залежність повного прогину осі спіралі від власних згинальних коливань і дії рівномірно розподіленого навантаження



Для визначення зміни кроку навивки в процесі коливання спіралі розглянемо геометрію згину спіралі.

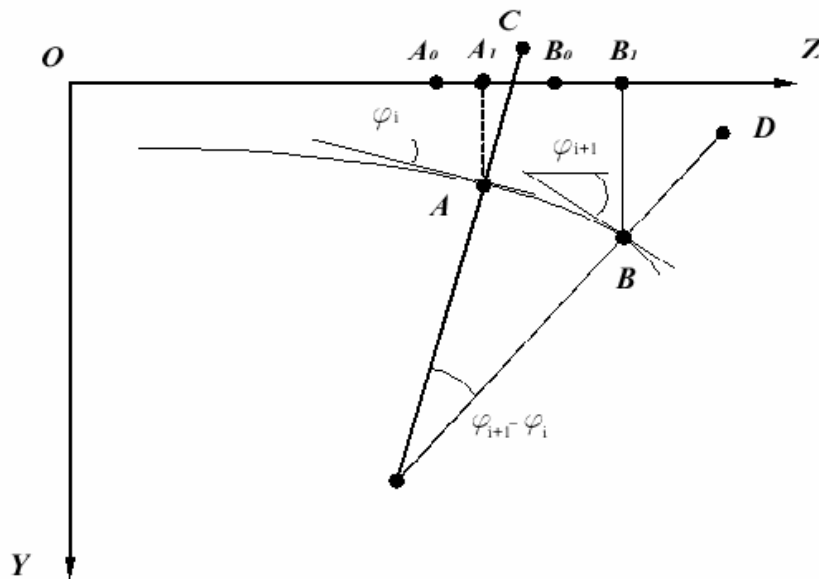


Рис. 5. Розрахункова схема згину консольної пружної спіралі

Нехай дана поздовжня вісь спіралі, яка знаходиться в не зігнутому стані (рис. 5). Між витками i та $i+1$, центри яких подані як $A_0(z_i; 0)$ та $B_0(z_{i+1}; 0)$, відстань $A_0B_0 = S$, де S – крок навивки. При поздовжньому видовженні пружини відбувається переміщення центру i -тої навивки на $A_0A_1 = \Delta_i$ і $i+1$ -ої – на $B_0B_1 = \Delta_{i+1}$. Тоді координати центрів витків будуть $A_1(z_i + \Delta_i; 0)$ та $B_1(z_{i+1} + \Delta_{i+1}; 0)$. Враховуючи, що при поперечному згині прогин i -того та $i+1$ -ого витка складають W_A та W_B відповідно, то їх центри будуть мати наступні координати $A(z_i + \Delta_i; W_A)$; $B(z_{i+1} + \Delta_{i+1}; W_B)$. Відстань між точками A і B визначатиметься як:

$$AB = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2} = \sqrt{(W_B - W_A)^2 + (S + \Delta_{i+1} - \Delta_i)^2}$$

Крива, яка проходить через точки A і B , описує прогин поздовжньої осі спіралі. Проведемо дотичну до кривої в цих точках, тоді кут між дотичною і горизонталлю буде φ_i і

φ_{i+1} відповідно, що визначає кут повороту перерізу відносно початкового положення. Кут повороту перерізу визначається згідно [9]:

$$\varphi_i = \arctg \frac{dW}{dz} \quad \text{при } z = Z_A;$$

$$\varphi_{i+1} = \arctg \frac{dW}{dz} \quad \text{при } z = Z_B.$$

Припустимо, що нормалі, які проведені через точки A і B , перетинаються в одній точці O_i , а відстань від цієї точки до точок A і B – це радіуси кривизни $O_iA = \rho_i$, $O_iB = \rho_{i+1}$, тоді:

$$\rho_i = \frac{1}{\frac{d^2W}{dz^2}} \quad \text{при } z = Z_A;$$

$$\rho_{i+1} = \frac{1}{\frac{d^2W}{dz^2}} \quad \text{при } z = Z_B.$$

Після розгляду рисунку приходимо до висновку, що кут між радіусами кривизни складає $\varphi_{i+1} - \varphi_i$.

Якщо продовжити нормалі O_iA та O_iB на величину радіуса спіралі $R = AC = BD$,



то отримуємо кінцеві точки деформації витка робочої (сепаруючої) поверхні, на якій знаходиться технологічна маса. Тоді:

$$\begin{cases} Y_D = W_B - R \cos \varphi_{i+1}, \\ Z_D = Z_B + R \sin \varphi_{i+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_C = W_A - R \cos \varphi_i \\ Z_C = Z_A + R \sin \varphi_i \end{cases}$$

Відстань між точками С і D визначає відстань між центрами сусідніх витків. Крок між витками після деформації буде:

$$CD = \sqrt{(W_B - W_A - R(\cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i))^2 + (S + \Delta_{i+1} - \Delta_i + R(\sin \varphi_{i+1} - \sin \varphi_i))^2}.$$

Приймаємо умову допустимого значення кроку навивки – не випадання коренебульбоплодів в міжвитковий просвіт. Тому, $CD \leq [S_{\max}]$, де $[S_{\max}]$ – максимально допустиме значення кроку навивки, яке визначається геометричними параметрами коренебульбоплодів.

В першому наближенні, при розгляді подібних трикутників $O_i AB$ та $O_i CD$, а також скориставшись теоремою косинусів, запишемо вираз, який приблизно визначає крок навивки під час деформації згину з одночасним розтягом:

$$CD = AB + R\sqrt{2 - 2\cos(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} = \sqrt{(W_B - W_A)^2 + (S + \Delta_{i+1} - \Delta_i)^2} + \quad (8)$$

$$+ R\sqrt{2 - 2\cos(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} \leq [S_{\max}],$$

або

$$CD = \sqrt{(\rho_i + R)^2 + (\rho_{i+1} + R)^2 - 2(\rho_i + R)(\rho_{i+1} + R)\cos(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} \leq [S_{\max}]. \quad (9)$$

Висновки. Знайдені аналітичні залежності коливання пружної консольної спіралі дозволяють моделювати динаміку консольного робочого елемента при виконанні технологічного процесу при вибраних конструктивних параметрах та режимах роботи. Виходячи з вимог (8) або (9) не випадання коренебульбоплодів з сепаруючої поверхні при змінному навантаженні і з врахуванням зміни моменту інерції пружної консолі в часі і по довжині можна визначати оптимальні параметри запропонованого сепаруючого робочого органу.

Література

1. Патент № 43907, по заявці 98073513, Україна, МКИ А 01D 33/08. Очисник вороху коренеплодів від домішок / В.М. Булгаков, Д.Г. Войтюк, П.Ю. Зиков, С.В. Смолінський, М.Г. Березовий, А.Л. Бондаренко (Україна). Опубл. 15.01.2002. Бюл. №1.

2. Bulgakov V., Smolinsky S., Plizga K. Theoretical Research on Parameters of Working Bodies in the Spiral Separator of Potato Lots at

Working Loading. // Polish Academy Of Sciences Branch In Lublin. Commission Of Motorization and Energetics In Agriculture. Volume 2. Lublin, Poland, 2002. – p. 31-34.

3. Светлицкий В.А. Механика стержней: В 2-х ч.- М.: Наука, 1967. – Ч.2. Динамика. – 304 с.

4. Челомей В.Н. Избранные труды. – М.: Машиностроение, 1989. – 336 с.

5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959. – 327 с.

6. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Ред. совет: В.Н. Челомей.– М.: Машиностроение, 1981-Т.1. – 356 с.

7. Долгов Н.М. Элементы динамики систем на подвижных деформируемых основаниях. – К.: Техніка, 1996. – 92 с.

8. Долгов Н.М. Высшая математика. – К.: Вища школа, 1988. – 416 с.

9. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. – М.: Машиностроение, 1965. – 526 с.