



Шульженко Н. Г.

Зайцев Б. Ф.

Асаёнок А. В.

Институт проблем  
машиностроения  
им. А. Н. Подгорного  
НАН Украины

УДК 539.3

## ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕСОМОГО УРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ПОПЕРЕЧНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Викладено методику розрахункового дослідження коливань ротора як тривимірного тіла, що має тріщину, береги якої контактують між собою за часом. Визначено особливості поздовжніх коливань горизонтального урівноваженого ротора, які викликані наявністю поперечної тріщини.

The design procedure of oscillation of a rotor as the three-dimensional body, having a crack, which shores contact among themselves in a time, is stated. Features of longitudinal oscillations of the horizontal counterbalanced rotor, called by presence of the transverse crack are defined.

**Постановка задачі.** Анализ особенностей колебаний роторов, имеющих дефекты в виде трещин, и определение диагностических признаков дефектов представляет одно из направлений неразрушающего контроля – вибрационное диагностирование поврежденности роторных машин. Теоретические исследования в этой области базируются на моделях, учитывающих проявление трещины в колебательных процессах – изменение спектров собственных частот, нелинейные эффекты, связанность колебаний и др. Построению таких моделей и их применению в последнее время посвящено значительное число публикаций. В [1-3] исследуются поперечные колебания роторов на основе стержневых моделей с применением механики трещин, которая использована для учета переменной податливости стержня, связанной с изменением длины поперечной трещины при ее закрывании, а в [4] изменение податливости учтено на основе введенного понятия излома оси стержня в сечении с трещиной. В [5] исследованы поперечные колебания ротора с наклонной трещиной с учетом действия переменных крутящих моментов. Характерным для указанных работ является упрощенный способ моделирования “дыхания” трещины, который осуществляется, как правило, по кинематической схеме, связывающей параметр трещины только с положением ротора при вращении.

В данной работе применяется трехмерная модель колебаний ротора, свободная от упрощающих гипотез, а “дыхание” трещины обуславливается решением динамической контактной задачи для тела с трещиной.

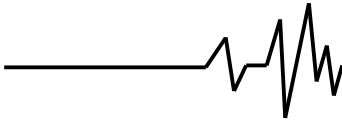
**Методика расчета.** Методика расчета основана на трехмерном конечноэлементном представлении решения, изменяющегося во времени. Тело рассматривается в подвижной системе координат, жестко связанной с телом, а трещина задается по методике введения разрезов в схеме метода конечных элементов [6]. Моделирование «дыхания» выполняется путем введения контактных сил в двойных узлах на поверхности трещины [7].

Уравнения колебаний вращающегося тела в связанной с ним системе координат могут быть представлены для трехмерной конечноэлементной модели ротора в матричной форме [8]

$$[M]\ddot{u} - 2\omega[M_2]\dot{u} + ([K] - \omega^2[M_1] - \omega^2[M'_\omega])u = \omega^2 P + F, \quad (1)$$

где  $u$  – узловые перемещения;  $[M]$ ,  $[K]$  – матрицы масс и жесткости;  $\omega$  – угловая скорость вращения;  $\omega^2 P$  – вектор центробежных сил в недеформированном состоянии;  $F$  – вектор узловых сил от внешней нагрузки.

Матрицы  $[M_1]$ ,  $[M_2]$  формируются элементами матрицы масс, причем  $[M_1]$  имеет



симметричную структуру, а  $[M_2]$  и  $[M'_\omega]$  – несимметричны. В уравнениях линейным образом учитывается зависимость узловых центробежных сил от узловых перемещений точек, сохраняя при этом радиальную направленность сил.

Согласно [6] за счет разрыва связей между узлами КЭ сетки по поверхности трещины формируется модифицированная КЭ модель тела с трещиной. Применение метода введения разрезов сводится к модификации матриц, входящих в уравнение (1), учитывающей введенную трещину.

Учет контактирования берегов трещины при колебаниях ротора позволяет более полно отразить поведение трещины, однако это приводит к нелинейной задаче. Применяемая методика [7] построена на вычислении матриц для полностью открытой трещины, что позволяет избежать необходимости обращения переменных матриц и делает ее эффективной и удобной в применении. Моделирование "дыхания" трещины выполняется введением контактных сил (диполей) в двойных узлах на поверхности трещины. Полагается, что эти силы возникают при контакте берегов трещины, а в зонах раскрытия силы отсутствуют [8].

Условие контактирования берегов трещины имеет вид неравенства

$$\delta_{in} = u_{in}^+ - u_{in}^- \geq 0, \quad (2)$$

где  $u_{in}^+$ ,  $u_{in}^-$  – перемещения по нормали  $n$  в  $i$ -ом двойном узле на положительной (+) и отрицательной (–) поверхностях трещины;  $\delta_{in}$  – сближение по нормали в  $i$ -ом двойном узле.

В уравнении (1) к правой части добавляется система диполей  $Q\{Q_i\}$ , причем  $i=1 \div m$ , где  $m$  – число двойных узлов на поверхности трещины

Решение начальной задачи (1) для расчета колебаний тела выполняется прямым интегрированием по двухслойной неявной конечноразностной схеме Ньюмарка, являющейся безусловно устойчивой.

**Результаты расчетов.** Выполнялся расчет колебаний двухопорного весомого ротора с поперечной трещиной, занимающей половину сечения и расположенной по середине вала (рис. 1). Внешней нагрузкой является сила тяжести. Длина вала  $l=144$  см, радиус кругового сечения  $R=12$  см.

При наличии трещины жесткость ротора перестает быть постоянной, изменяясь в зависимости от угла поворота.

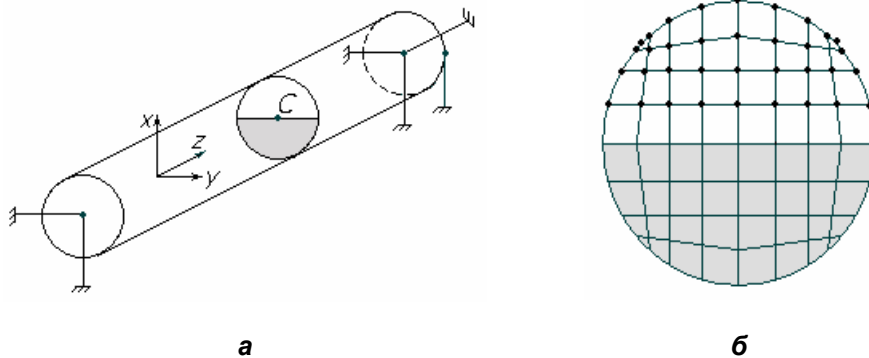
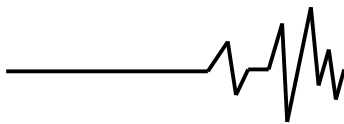


Рис. 1. Расчетная схема ротора: а – ротор с трещиной; б – КЭ дискретизация в сечении с трещиной (\* – двойные узлы)

В связи с этим по аналогии с задачей колебаний вала двойкой жесткости без учета демпфирования возникает зона неустойчивых колебаний (решение не существует [9])  $[\omega_1, \omega_2]$ , где  $\omega_1=1110$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_2=1440$  с<sup>-1</sup> установлены в вычислениях. Отметим, что парная собственная частота изгибных колебаний по первой форме  $p_1 = p_2 = 1410$  с<sup>-1</sup>, а расщепившиеся вследствие введения трещины частоты  $p_1 = 1070$  с<sup>-1</sup>,  $p_2 = 1320$  с<sup>-1</sup>. Далее колебания ротора исследуются в диапазонах устойчивых колебаний.

При трехмерном моделировании колебаний каждая точка ротора совершает пространственные перемещения. Рассмотрим перемещения оси ротора –  $u_x$ ,  $u_y$  (поперечные),  $u_z$  (продольные) и поворот сечения с трещиной (крутильные).

Из результатов расчетов следует, что в роторе устанавливаются периодические колебания с частотой  $\omega$ . Особенностью колебаний ротора с трещиной является появление наряду с поперечными также продольных и крутильных колебаний, причем



все они являются связными. В неповрежденном роторе без внешних нагрузок такие колебания в данной постановке не возникают. Т.о., появление продольных колебаний в роторе с их характерными особенностями может служить признаком наличия трещины.

Проявление продольных колебаний существенно зависит от частоты вращения.

На рис. 2 представлены осевые перемещения  $u_z$  центра ротора в зависимости от угла поворота  $\varphi_1$ , отсчитываемого от произвольного момента времени, при

различных частотах вращения, амплитуда которых на порядок меньше амплитуд поперечных колебаний. При малых частотах вращения ( $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ ) перемещения  $u_z$  при колебаниях имеют квазистатический характер, при средних ( $\omega = 500, 700 \text{ с}^{-1}$ ) имеют сложный спектральный состав, что объясняется наличием суперрезонансных явлений 2/1, при которых двойная гармоническая составляющая достигает максимума. При больших частотах ( $\omega = 1500 \text{ с}^{-1}$ ) колебания близки к моногармоническим.

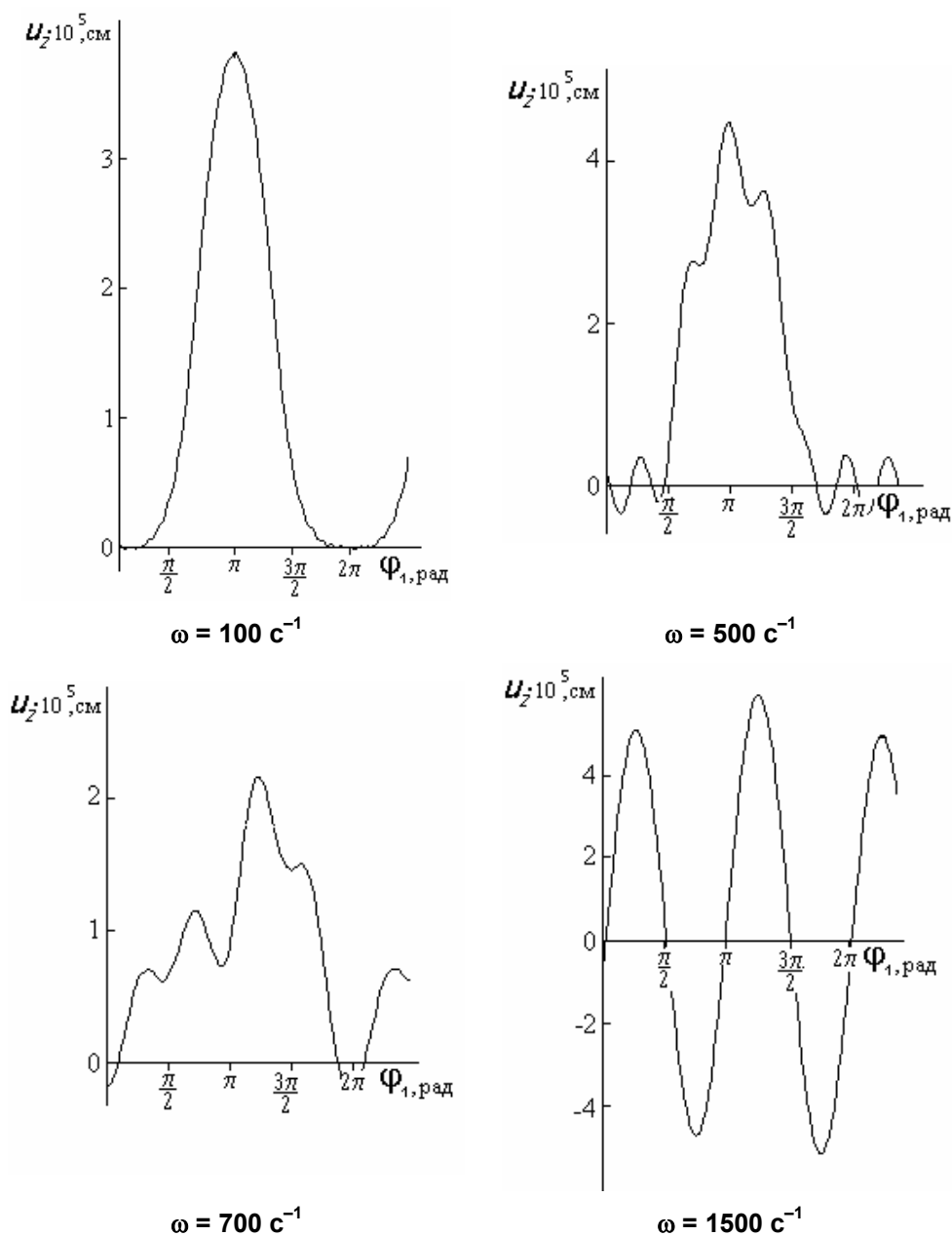
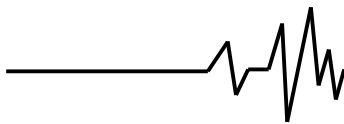


Рис. 2. Перемещения  $u_z$  центра ротора за период обращения



Обращает внимание изменение форм продольных колебаний центра ротора, полученных в неподвижной системе координат  $xOy$  (рис. 3). Малым частотам соответствует каплеобразная форма траектории, средним вблизи суперрезонанса  $2/1$  – сложные петлеобразные, а большим частотам – эллиптическая.

Особенности продольных колебаний (рис. 2) с соответствующим распределением гармонических составляющих являются характерными в случае наличия поперечной трещины и могут быть применены при формулировании диагностических признаков.

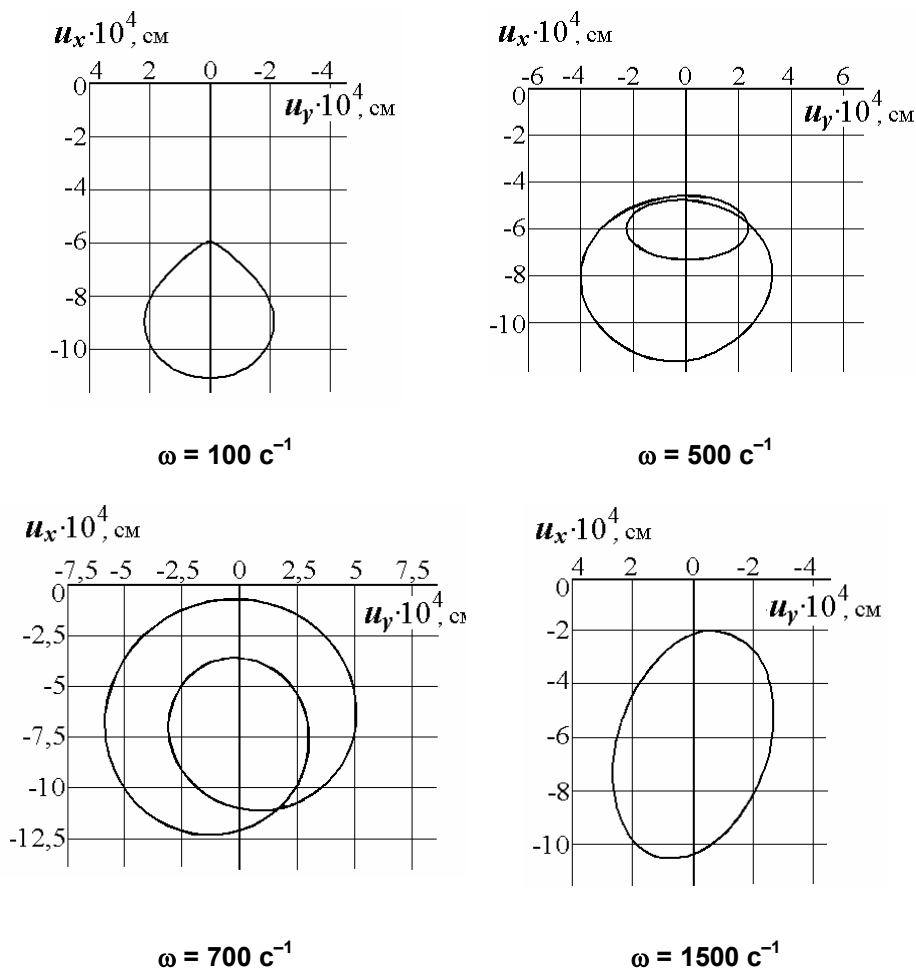
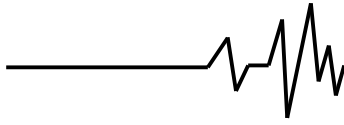


Рис. 3. Траектории движения центра вала

**Выводы.** Представлена методика расчета колебаний ротора с трещиной, учитывающая эффект ее "дыхания" на основе использования трехмерной конечноэлементной модели. Используются постоянные матрицы жесткости и масс для полностью открытой трещины, что позволяет избежать их перевычисления на каждом шаге по времени.

Представлены результаты расчета колебаний горизонтального ротора с поперечной трещиной при действии весовой нагрузки. Колебания ротора периодические, их

поперечные, продольные и крутильные составляющие связаны между собой. Формы продольных колебаний существенно зависят от частоты вращения ротора, меняясь от квазистатических – при малых частотах, до полигармонических – на средних частотах вблизи суперрезонанса  $2/1$  и до моногармонических – при больших частотах. Представленные характеристики продольных колебаний на разных частотах могут служить диагностическими признаками трещины в роторе.

**Література**

1. Bachschmid N. Identification of multiple faults in rotor systems / N. Bachschmid, P. Pennacchi, A. Vania // *Journal of Sound and Vibration*. – 2002. – 254, № 2. – P. 327-366.
2. Kicinski J. Crack indicators for large power turbo-set monitoring and diagnostic system / J. Kicinski, S. Banaszek // *Mechanics*. – AGH University of Science and Technology, 2005. – 24, № 2. – P. 77 – 81.
3. Матвеев В.В. К определению вибрационных характеристик стержня с закрывающейся трещиной / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский // *Пробл. прочности*. – 2000. – № 3. – С. 5 – 23.
4. Шульженко Н.Г. Влияние излома упругой оси ротора с поперечной трещиной на его вибрационные характеристики / Н.Г. Шульженко, Г.Б. Овчарова // *Пробл. прочности*. – 1997. – № 4. – С. 82 – 89.
5. Sekhar A.S. Vibrations of cracked rotor System: transverse crack versus slant crack / A.S. Sekhar, A.R. Mohanty, S. Prabhakar // *Journal of Sound and Vibration*. – 279 (2005). – P. 1203–1217.
6. Асаёнок А.В. Методика введения разрезов в схеме метода конечных элементов в задачах статики и собственных колебаний трехмерных конструкций / А.В. Асаёнок, Б.Ф. Зайцев, Н.Г. Шульженко // *Пробл. машиностроения*. – 2003. – 6, № 3. – С. 58–63.
7. Зайцев Б.Ф. Метод расчета колебаний тел, содержащих трещины с контактирующими берегами / Б.Ф. Зайцев, Н.Г. Шульженко, А.В. Асаёнок, Н.Е. Ерецкая // *Пробл. машиностроения*. – 2008. – 11, № 4. – С. 34–42.
8. Шульженко Н.Г. Задачи термпрочности, вибродиагностики и ресурса энергетических агрегатов: монография / Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Б.Ф. Зайцев. – Харьков: ХНАДУ, 2011. – 444 с.
9. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1972. – 416 с.