



Фролов К. Ю.

Давиденко Ю. О.

Полтавський
національний
технічний
університет імені
Юрія Кондратюка

УДК 62-233.1:531.231

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЧАСТИННОЇ ІНВЕРСІЇ ТІЛ НА ЇХ ГАБАРИТИ

В данной статье исследуются свойства частичной инверсии тел. Аналитически определяется функция площади поперечного сечения для дебалансного вала с вырезами под шаровые шпонки. Проводится анализ полученных результатов на основе уже имеющихся данных.

The properties of bodies with partial inversion are investigated in this article. Analytically determines a function of cross-sectional area for debalance shaft with cuts for spherical dowels. The analysis of obtained results is carried out on a basis of existing data.

Тема досліджень ще у 2008 році була запропонована Сердюком Леонідом Івановичем. Дана стаття є продовженням циклу публікацій, присвячених дослідженням дебалансних валів керованих вібробуджувачів. Тривимірна модель одного з них зображена нижче (рис.1).

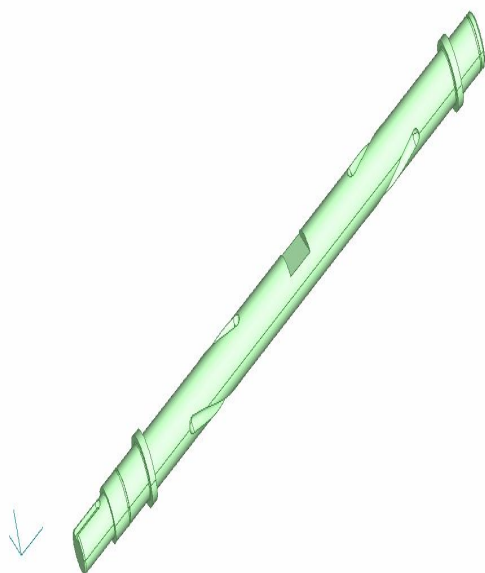


Рис. 1. Вал тридебалансного керованого вібробуджувача

З метою дослідження динаміки дебалансних валів були отримані:

- функціональна залежність осьового моменту інерції перерізу дебалансного вала I_x радіусом R з вирізами під шарові шпонки h_x радіусом r [1];
- функціональна залежність осьового моменту опору перерізу W_x від вищевказаних величин [2];
- функціональні залежності осьових моменту інерції I_y та моменту опору перерізу W_y від вищевказаних величин [3].

При дослідженні осьового моменту опору перерізу W_x у [2] було виявлено, що при зменшенні площі перерізу до визначеної величини момент опору збільшується! Це явище майже ніде не згадується. Очевидно, що і математичної моделі до автора теж ніхто не отримував.

Під час обговорень доповіді [3] у Львові на X-ій Міжнародній конференції "Вібрації в техніці та технологіях" було побажання практичного дослідження та впровадження даного явища. Тому дана стаття розпочинає цикл публікацій про можливості практичного використання частинної інверсії тіл круглого перерізу.

Метою цієї статті є визначення та теоретичне порівняння площ тіл при однаковому осьовому моменті опору перерізу W_x як такому, що має визначальне значення при розрахунках.

Функціонально визначається площа перерізу дебалансного вала з вирізами під шарові шпонки.

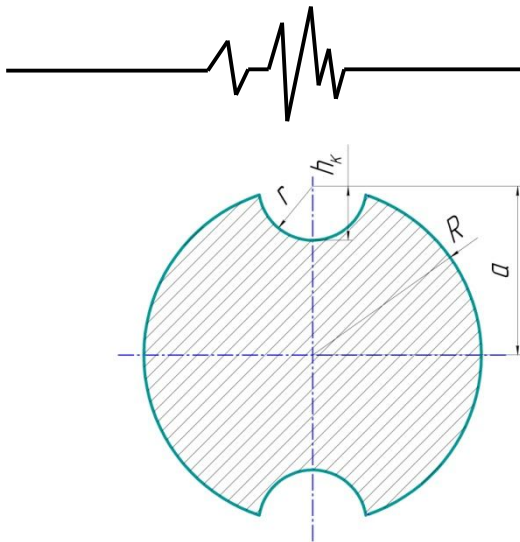


Рис. 2. Переріз дебалансного вала з вирізами під шарові шпонки

де R – радіус дебалансного вала, мм;
 r – радіус шарової шпонки, мм;
 h_k – глибина канавки під шарову шпонку, мм;
 a – відстань між центрами мас дебалансного вала та шарової шпонки.

Для отримання функціональної залежності площі даного перерізу від вказаних параметрів використовується геометрична властивість визначеного інтегралу:

$$S = \int_a^b f(x) dx. \quad (1)$$

Для спрощення розрахунків через подвійну симетрію перерізу розглядається верхня ліва його чверть, розділена на дві частини.

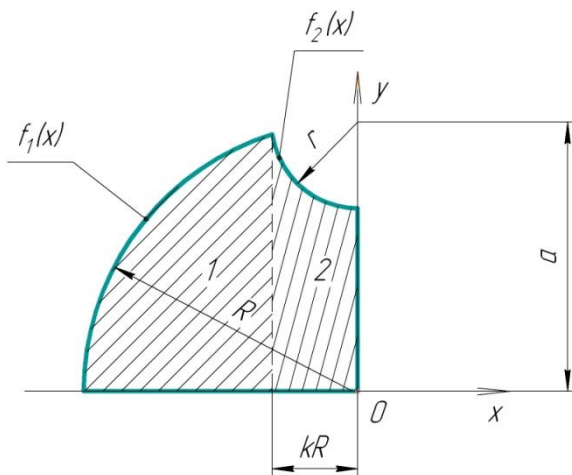


Рис. 3. Чверть перерізу

де $f_1(x), f_2(x)$ – безперервні та додатні функції, задані на відповідних відрізках;
 k – коефіцієнт, визначений у [2].

Визначимо площу першої частини:

$$S_1 = \int_{-kR}^{-kR} + \sqrt{R^2 - x^2} dx. \quad (2)$$

Застосуємо формулу заміни:

$$\int f(x) dx \Big|_{x=\varphi(t)} = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt. \quad (3)$$

Нехай $x = R \sin t$. Тоді

$$S_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \sqrt{R^2 - (R \sin t)^2} \cdot (R \sin t)' dt =$$

$$= R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 t} \cdot \cos t dt =$$

$$= R^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \cos^2 t dt =$$

$$= R^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \frac{1}{2} (\cos 2t + 1) dt =$$

$$= \frac{R^2}{2} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \cos 2t dt + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} dt \right] =$$

$$= \frac{R^2}{2} \left[\frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} + t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\arcsin(-k)} \right] =$$

$$= \frac{R^2}{2} \left[\frac{1}{2} (\sin(2 \arcsin(-k)) - \sin(-\pi)) + \arcsin(-k) + \frac{\pi}{2} \right] =$$

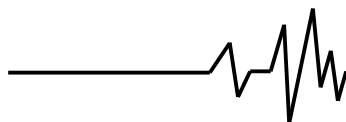
$$= \frac{R^2}{2} \left[\frac{\sin(2 \arcsin(-k))}{2} + \arcsin(-k) + \frac{\pi}{2} \right];$$

$$S_1 = \frac{R^2}{2} \left[\frac{\sin(2 \arcsin(-k))}{2} + \arcsin(-k) + \frac{\pi}{2} \right]. \quad (4)$$

Далі визначимо площу другої частини:

$$S_2 = \int_{-kR}^0 (-\sqrt{r^2 - x^2} + a) dx. \quad (5)$$

Використовуючи формулу для заміни (3) та вважаючи, що $x = r \sin t$, отримуємо



$$\begin{aligned}
 S_2 &= \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \left(-\sqrt{r^2 - (r \sin t)^2} + a \right) \cdot \\
 &\quad \cdot (r \sin t)' dt = \\
 &= r \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \left(-\sqrt{r^2 - r^2 \sin^2 t} + a \right) \cos t dt = \\
 &= r \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 (-r \cos t + a) \cos t dt = \\
 &= r \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 (-r \cos^2 t + a \cos t) dt = \\
 &= r \left[\int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 -r \cos^2 t dt + \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 a \cos t dt \right] = \\
 &= r \left[-r \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \cos^2 t dt + a \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \cos t dt \right] = \\
 &= r \left[-r \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \frac{1}{2} (\cos 2t + 1) dt + \right. \\
 &\quad \left. + a \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \cos t dt \right] = \\
 &= r \left[-\frac{r}{2} \left(\int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \cos 2t dt + \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 dt \right) + \right. \\
 &\quad \left. + a \int_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \cos t dt \right] = \\
 &= r \left[-\frac{r}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 + t \Big|_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \right) + \right. \\
 &\quad \left. + a \sin t \Big|_{\arcsin\left(\frac{-kR}{r}\right)}^0 \right] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= r \left[-\frac{r}{2} \left(\frac{1}{2} (\sin 2 \cdot 0 - \sin \left(2 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right)) \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 0 - \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right] + a (\sin 0 - \\
 &\quad - \sin \left(\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right)) = \\
 &= r \left[-\frac{r}{2} \left(-\frac{1}{2} \sin \left(2 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) + \frac{akR}{r} \right]; \\
 S_2 &= r \left[-\frac{r}{2} \left(-\frac{1}{2} \sin \left(2 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) + \frac{akR}{r} \right]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Відповідно функцію площі перерізу визначаємо як

$$S = 4(S_1 + S_2). \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 s &= 4 \left[\frac{R^2}{2} \left[\frac{\sin(2 \arcsin(-k))}{2} + \arcsin(-k) + \frac{\pi}{2} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + r \left[-\frac{r}{2} \left(-\frac{1}{2} \sin \left(2 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) - \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) + \frac{akR}{r} \right] \right]. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Для спрощення обчислень була створена програма в Mathcad 15. Точність розрахунків перевірена у Компас 3D-V11, Autocad 2011 та Femap 10.1.

Згідно креслення дебалансного вала вала ТМ.17.110.028 для даного перерізу радіус вала $R = 12.5$ мм, радіус шарової шпонки $r = 4$ мм, глибина канавки під шарову шпонку $h_K = 4$ мм. Відповідно до формули (8) площа перерізу S приблизно дорівнює 444 мм². Осьовий момент опору перерізу W_x згідно [2] приблизно дорівнює 1161 мм³.

Згідно загальноновживаній теорії, для тіл круглого перерізу величина осьового моменту опору перерізу прямо пропорційна величині площі перерізу. Тобто для тіла радіусом



$R = 12.5$ мм при значенні площі перерізу
 $S = \pi R^2 \approx 490.874$ мм² осьовий момент опору
перерізу $W_x = \frac{\pi R^3}{4} \approx 1534$ мм³ для такого
перерізу має бути максимальним.

Згідно [2], для досліджуваного перерізу
дебалансного вала найбільший осьовий
момент опору перерізу $W_x^{max} \approx 1535$ мм³
відповідає площі перерізу $S \approx 490.777$ мм² з
глибиною канавки під шарову шпонку $h_k \approx 0.06$
мм. А при $h_k \approx 0.16$ мм $W_x \approx 1534$ мм³ та
 $S \approx 490.455$ мм².

Різниця величин незначна. Але, якщо
 $r = 20$ мм, то $W_x^{max} \approx 1538$ мм³ при $S \approx 490.205$
мм² та $h_k \approx 0.16$ мм.

Тобто необхідно більш докладно
дослідити вплив форми вирізів на величину
осьового моменту опору перерізу. Актуальними
також є дослідження впливу частинної інверсії на
параметри тіл круглого перерізу при складному
згинанні та згинанні з крученням, чому й будуть
присвячені наступні публікації.

Література

1. Фролов К. Ю. Визначення моменту інерції перерізу дебалансного вала керованого вібробудувача. // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Випуск 24. У 3-х томах. Т. 2 – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – С. 239 - 244.
2. Ю. О. Давиденко, К. Ю. Фролов, А. В. Фургас, О. О. Горюн, Дослідження залежності моменту опору перерізу дебалансного валу від глибини канавки під сферичну шпонку в програмі MAPLE 13. // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Випуск 29. – Полтава: ПолтНТУ, 2011. – С. 42 - 47.
3. О. М. Черевко, Ю. О. Давиденко, К. Ю. Фролов. Дослідження частинної інверсії дебалансних валів керованих вібробудувачів. // Збірник наукових праць (автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні). Випуск 45. – Львів: Львівська політехніка, 2011. – С. 232 - 237.