

Струтинский В.Б.

Калмыков М.А.

Национальный  
технический  
университет Украины  
«Киевский  
политехнический  
институт»

Шумакова Т.А.

Восточнукраинский  
национальный  
университет имени  
Владимира Даля

УДК 621.9.048

## К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ ГРАНУЛЫ

Приведені результати розробки математичного апарату, що враховує форму інструменту, – абразивної гранули при оцінці продуктивності процесу вібраційної обробки.

Results are resulted on development of mathematical vehicle, taking into account the form of the applied instrument – abrasive granule at the estimation of the productivity of process of oscillation treatment.

Для исследования эффективности формы гранулы, помимо математической модели процесса ее взаимодействия с поверхностью детали, необходимо средство, которое позволит точно описать ее форму, а также будет использоваться для разработки нового инструмента ВиО, с инструментарием, присущим современным системам автоматизированного проектирования.

Действительно, описанная ранее в работе [1] математическая модель никаким образом не учитывает площадь контакта, определяемую формой гранулы, а также не позволяет сделать никаких выводов относительно эффективности той или иной формы, ограничиваясь лишь описанием параметров соударения.

Реализацию поставленной выше задачи следует разделить на следующие подпункты:

1. Выбор математического метода позволяющего учесть форму гранулы.

2. Выбор платформы для реализации данного метода, обладающей комфортными инструментами для создания нужной геометрии гранулы.

3. Выбор платформы для анализа полученных данных.

4. Моделирование процесса взаимодействия гранулы и поверхности детали.

5. Расчет параметров взаимодействия гранулы с обрабатываемой поверхностью по уравнениям (1-9) [1] (схема соударения гранулы и детали приведена ниже на рис. 1).

6. Анализ и визуализация полученных данных.

$$\begin{aligned} mV_n^+ - mV_n^- &= P_n, \\ mV_\tau^+ - mV_\tau^- &= P_\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

$$J\omega^+ - J\omega^- = P_n \times R + P_\tau \times R,$$

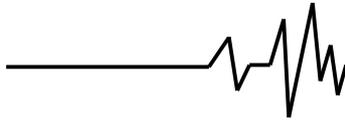
где  $V_n^-, V_n^+$  – нормальные составляющие скорости до и после соударения;  $V_\tau^-, V_\tau^+$  – касательные составляющие скорости до и после соударения;  $P_n, P_\tau$  – нормальный и касательный импульсы;  $\omega^-, \omega^+$  – угловая скорость до и после соударения;  $m$  – масса гранулы;  $J$  – тензор момента инерции гранулы;  $R$  – радиус-вектор от центра масс к точке соударения.

$$F_{fr} = -D|F_n|V_{A\tau}, \quad (2)$$

здесь  $D$  – коэффициент трения;  $F_n$  – нормальная реакция опоры в точке соударения;  $V_{A\tau}$  – касательная относительная скорость между деталью и гранулой

$$P_n^+ = P_n^- e; \quad (3)$$

где  $e$  – эмпирический коэффициент, характеризующий рассеяние кинетической энергии во время соударения;  $P_n^-, P_n^+$  – импульсы гранулы соответственно до и после соударения.



$$\begin{aligned} mV_n^0 - mV_n^- &= P_n^-; \\ mV_\tau^0 - mV_\tau^- &= P_\tau^-; \end{aligned} \quad (4)$$

где  $V_n^-, V_\tau^-$  – нормальная и касательная компоненты скорости, до соударения;  $V_n^0, V_\tau^0$  – нормальная и касательная компоненты скорости, согласно предложенному выше способу моделирования, в момент максимального сближения, гранулы и поверхности детали, т.е. значения скорости между первым и вторым этапом.

$$\begin{aligned} J_x \omega_x^0 - J_x \omega_x^- &= P_n^- N_x + P_\tau^- T_x; \\ J_y \omega_y^0 - J_y \omega_y^- &= P_n^- N_y + P_\tau^- T_y; \\ J_z \omega_z^0 - J_z \omega_z^- &= P_n^- N_z + P_\tau^- T_z; \end{aligned} \quad (5)$$

здесь  $J_x, J_y, J_z$  – моменты инерции гранулы вокруг соответствующих осей;  $\omega_x^-, \omega_y^-, \omega_z^-, \omega_x^0, \omega_y^0, \omega_z^0$  – аналогично линейным скоростям, угловые скорости гранулы по соответствующим осям, в начале первого этапа и в момент максимального сближения.

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{1}{V_n^-} (A_z V_{ny}^- - A_y V_{nz}^-); \\ N_y &= \frac{1}{V_n^-} (A_x V_{nz}^- - A_z V_{nx}^-); \\ N_z &= \frac{1}{V_n^-} (A_y V_{nx}^- - A_x V_{ny}^-); \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A_x, A_y, A_z$ , координаты точки приложения импульса;  $V_{nx}^-, V_{ny}^-, V_{nz}^-$  – проекции нормальной составляющей скорости на соответствующие оси;  $T_i$  – определяется аналогично, подстановкой в (6) соответствующих компонент и значений касательной составляющих скорости гранулы.

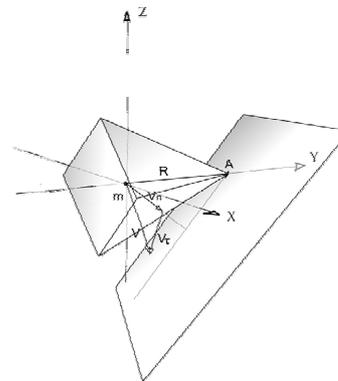
$$P_x^- = -D \left| P_y^- \right| V_{A\tau}^-; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} V_n^+ - \frac{V_{nx}^- (\omega_y^0 A_z + \omega_z^0 A_y) + V_{ny}^- (\omega_x^0 A_z + \omega_z^0 A_x) + V_{nz}^- (\omega_x^0 A_y + \omega_y^0 A_x)}{V_n^-} &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} mV_n^+ - mV_n^0 &= P_n^+; \\ mV_\tau^+ - mV_\tau^0 &= P_\tau^+; \\ J_x \omega_x^+ - J_x \omega_x^0 &= P_n^+ N_x + P_\tau^+ T_x; \\ J_y \omega_y^+ - J_y \omega_y^0 &= P_n^+ N_y + P_\tau^+ T_y; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_z \omega_z^+ - J_z \omega_z^0 &= P_n^+ N_z + P_\tau^+ T_z; \\ P_x^+ &= -D \left| P_y^+ \right| V_\tau^+. \end{aligned}$$

Выбор математического метода не является очевидной задачей. Перемещаясь в контейнере, гранула за время обработки совершает огромное количество соударений разными геометрическими элементами (гранями и ребрами) и с разной скоростью. Таким образом, необходимо определить некое усредненное значение удельного импульса передаваемого от гранулы к детали.



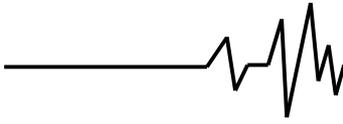
**Рис. 1. Схема соударения гранулы и поверхности детали**

Соответственно гранулы способные передавать максимальный импульс в течение обработки обладают наиболее предпочтительными характеристиками формы, при прочих равных параметрах.

Необходимость получения некоего среднего значения приводит задачу к необходимости многократных численных испытаний, что в свою очередь подразумевает дискретизацию входных параметров, для каждого испытания или какие-то другие ограничивающие рамки.

Основные одновременно варьируемые параметры это: начальная скорость, углы падения гранулы на обрабатываемую поверхность, а также расположение самой поверхности относительно осей (рис. 1). На основании которых, вычисляется площадь пятна контакта.

Таким образом, какие бы то ни было методы последовательного перебора всех параметров, упираются в необходимость выбора шага изменения данных параметров, что даже при высоком разрешении приведет либо к избыточности, либо к погрешности, связанной с дискретизацией. Кроме того, сложно подобрать алгоритм изменения параметров рационально и точно подходящий



для гранулы любой формы. Необходимо учитывать, что для каждого набора параметров необходимо решать системы (4, 5, 9) – [1], что также мешает максимально уменьшить разрешение дискретизации.

В связи с этим предлагается использовать метод Монте-Карло (ММК), генерировать множество случайных комбинаций, наиболее адекватно соответствующих реальному изменению параметров. Данный стохастический подход позволит максимально, в сравнении с прочими, приблизить численное моделирование к реальному процессу. Основная сложность заключается в выборе адекватного распределения математических величин.

В основе выбора программной платформы для реализации данной задачи лежит необходимость обеспечить комфортную разработку трехмерной модели гранулы, а также возможность ее последующей модификации. Т.е. речь идет о САПР включающей в себя средства постпроцессинга, и расширяемой за счет интегрированной среды разработки. Это значительно ограничивает диапазон приемлемых программных продуктов.

Из САПР с интегрированными средствами разработки можно выделить следующие:

- линейку продуктов фирмы Autodesk,
- систему Open Salome от Open CASCADE SAS,
- BRL-CAD.

А также отечественные и зарубежные продукты на основе ядра Parasolid, Siemens PLM Software.

Наиболее приемлемой, согласно поставленным требованиям, а также опираясь на субъективные предпочтения и навыки является система AutoCAD, Autodesk.

Несмотря на проприетарную лицензию, данная система обладает эргономичным интерфейсом, наиболее привычным для западного и отечественного инженеринга. Это позволит использовать разработанные в данной работе программы не только для исследований, но и на производстве, например на предприятиях, изготавливающих шлифовальный инструмент. Кроме того, система включает в себя относительно мощную и одновременно простую, встроенную систему разработки, позволяющую реализовать, необходимые в данной работе, задачи, а также свободную интеграцию с другими программными средствами.

Кроме того, система встроенными средствами вычисления таких параметров трехмерных объектов как: объем, координаты центра масс, моменты инерции и прочее, кроме

того средства разработки позволяют просто, в сравнении с другими программными продуктами, выполнять различные геометрические преобразования.

Задача обработки полученных данных, не является принципиальной в данном комплексе и может быть реализована любым приемлемым средством. AutoCAD таковым не является. Задачи, связанные с обработкой и визуализацией данных решать на его базе не рационально. Однако он обладает средствами интеграции с приложениями Microsoft Office. Поэтому в качестве наиболее подходящего инструмента хранения и последующего анализа данных можно использовать Microsoft Excel.

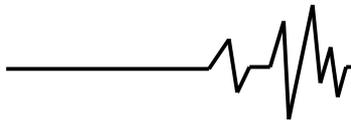
Это рационально еще и по той причине, что Microsoft Excel может выступать как источник данных, для последующей их передачи в систему компьютерной алгебры. В которой реализовано решение задачи соударения единичной гранулы и поверхности детали. Желательно, чтобы решение было получено в аналитическом виде или же численные функции были оптимизированы достаточно, для обработки большого числа начальных данных, т.е. использованы как одно из звеньев в цепочки многократных испытаний ММК.

Далее результаты возвращаются обратно в Excel для получения и визуализации конечных результатов обработки статистики. Что может быть проиллюстрировано следующей схемой (рис. 2).

AutoCAD является инструментом для рисования модели гранулы. Далее необходимо получить статистику ее соударений с гипотетической поверхностью. Для этого предлагается реализовать следующий алгоритм (рис.3).

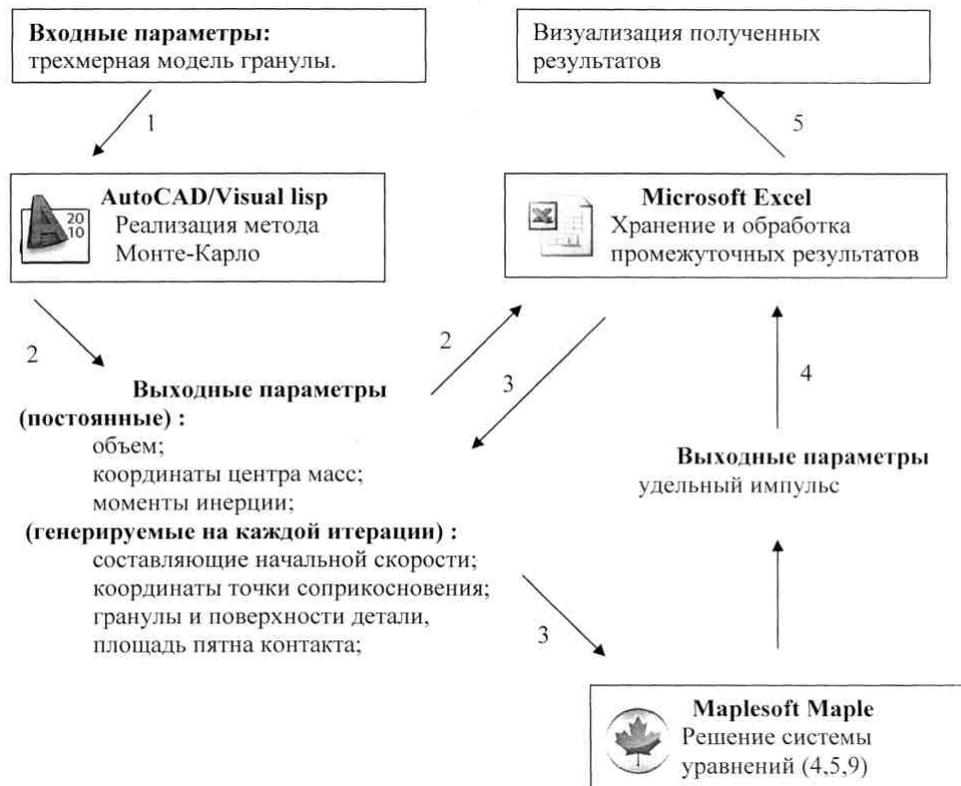
При создании программ в среде AutoCAD, в распоряжении разработчика есть несколько инструментов: ObjectARX - среда разработки, состоящая из библиотек, включающих в себя программные интерфейсы для разработчиков. Которые позволяют, настраивать и видоизменять среду AutoCAD предоставляя наиболее гибкий функции, затрагивающие непосредственно архитектуру приложения. Именно на базе этой технологии созданы основные ответвления, такие, например, как AutoCAD Architecture. AutoCAD Mechanical.

VBA (Visual Basic for Applications) наиболее простой и стандартный путь автоматизации и разработки приложений в среде AutoCAD. Однако в данный момент VBA поддерживается в данной среде не



официально и не входит в дистрибутивы. Программы, написанные с его помощью, обладая высокой скоростью благодаря технологии - ActiveX, в тоже время лишены

каких-либо преимуществ, связанных с наличием функций, для удобной работы с геометрическими задачами.



**Рис. 2. Принцип взаимодействия компонентов программного комплекса для проектирования и исследования эффективности формы гранулы: 1 – построение гранулы в системе AutoCAD; 2 – передача результатов работы ММК в Excel; 3 – экспорт данных из Excel в Maple для определения удельного импульса; 4 – сохранение данных в Excel; 5 – получение среднего значения, анализ результатов**

Visual LISP инструмент для разработки приложений в среде AutoCAD, представляющий собой диалект языка LISP со встроенными функциями, необходимыми для комфортного решения задач автоматизации. Обладает всеми преимуществами технологии ActiveX доступными VBA, и не требует детального ознакомления с архитектурой приложения и программированием как технология ObjectARX. Кроме того Autodesk планируют поддерживать данный инструмент и в дальнейших версиях, что гарантирует совместимость.

Таким образом, Visual LISP становится средством реализации алгоритма представленного на рис. 3.

После того, как пользователь создает модель гранулы, основная задача данной программы, определить площадь пятна контакта, а также параметры соударения, и передать их для дальнейшей обработки.

При разработке приложений в Visual LISP существуют три основные метода, позволяющие организовать доступ к объекту на чертеже:

- программный запуск команд AutoCAD (наиболее медленный, однако наиболее простой с точки зрения разработки метод);
- использование команд доступа к данным DXF (наиболее старая и гибкая технология, которая, тем не менее, не является самой быстрой);