Мицык А.В.

Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля

УДК 621.9.048

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ СЪЕМА МЕТАЛЛА ОТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ВИБРООБРАБОТКИ

Проведен анализ явлений, возникающих в процессе виброобработки при ударном контакте гранул среды с обрабатываемыми изделиями, и определена теоретическая зависимость съема металла от основных параметров технологического процесса.

The analysis of phenomena occurring during vibration processing at impact contact of granules of medium with treated parts has been carried out and theoretical dependence of metal removal from basic parameters of the technological process has been determined.

«…интенсивность процесса виброобработки, оцениваемая главным образом величиной съема металла в единицу времени, зависит от многих факторов.»
Шаинский М. Е.

Анализ явлений, имеющих место при соударении гранул рабочей среды с обрабатываемой поверхностью изделия, показывает, что под действием колебаний происходит ударный контакт гранул и изделий, обеспечивающий при их относительном перемещении и взаимном давлении поверхностный съем металла с достижением требуемого технологического результата [1].

Виброобработку можно характеризовать, как процесс, в основе которого лежит множество элементарных соударений гранул и обрабатываемых изделий, а единичный удар является главным элементом при изучении механизма съема металла [2]. В этой связи рассмотрим соударение гранулы среды с поверхностью обрабатываемого изделия. Примем угол между перпендикуляром $\bar{n}$ к поверхности $Á$ обрабатываемого изделия и скоростью V гранулы среды до соударения равным α, причем $\alpha < 90^\circ$, то есть рассматриваемое соударение происходит под косым углом (рис. 1). Силами земного тяготения в виду кратковременности соударения пренебрегаем.

Кинетическое состояние гранулы до и после ее соударения характеризуется следующим. Для направления по оси ординат, перпендикулярной обрабатываемой поверхности изделия, характерно равенство:

$$2mV\cos\alpha = \int_0^t N^* dt \quad , \qquad (1)$$

где m - масса гранулы; t - время соударения; N^* - сила взаимного давления гранулы и обрабатываемой поверхности изделия.

Выражение (1) предполагает взаимодействие гранулы и изделия вдоль оси ординат абсолютно упругим. Вдоль оси абсцисс действует сила трения, приводящая к

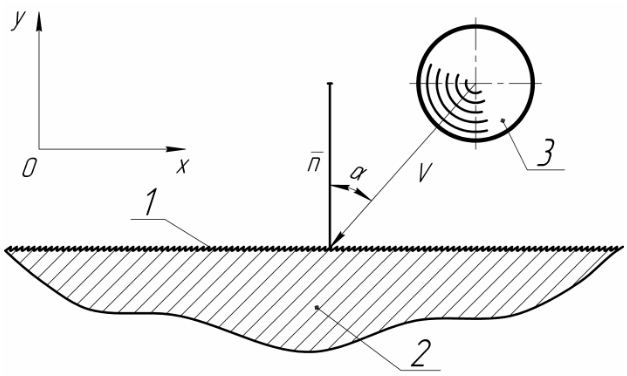

Рис. 1. Схема соударения гранулы среды с изделием:
1 – обрабатываемая поверхность изделия;
2 – изделие; 3 – гранула среды

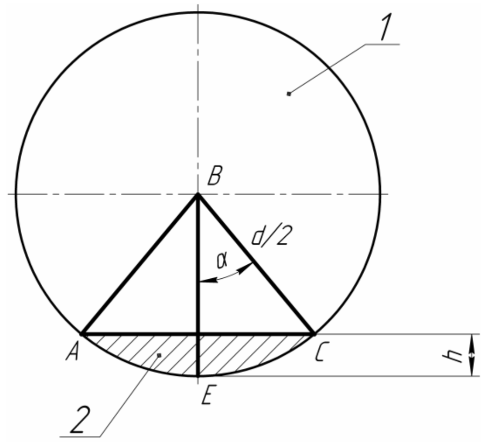

Рис. 3. Схема расчета площади сегмента единичного зерна гранулы, осуществляющего съем металла с поверхности обрабатываемого изделия:
1 – абразивное зерно гранулы;
2 – сегментная часть зерна

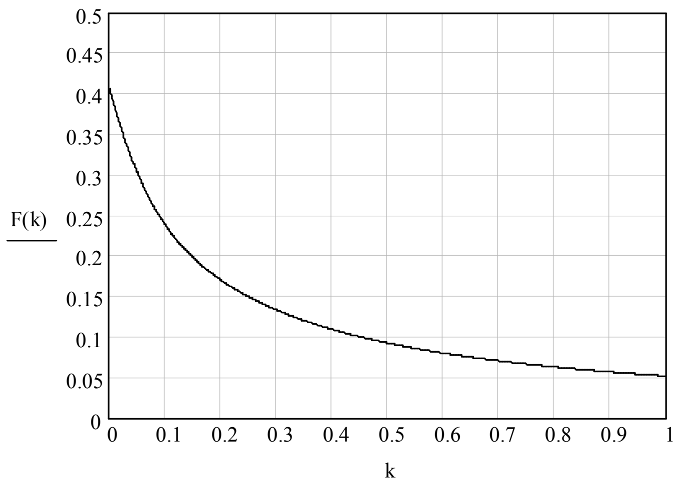

Рис. 2. Зависимость функции $F(k)$ от коэффициента трения

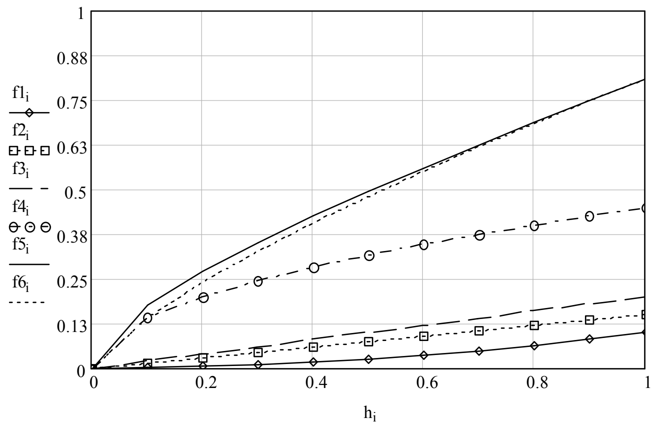

Рис. 4. Зависимость площади поверхности изделия, срезаемой одним зерном, от глубины внедрения зерна в поверхность для различных форм зерен связки материала гранулы

изменению импульса, что можно представить выражением:

$$mV\sin\alpha = mV_1 + \int_0^t kN^* dt , \qquad (2)$$

где k - коэффициент трения; V_1- скорость гранулы среды после соударения.

Во время соударения момент количества движения гранулы среды в зависимости от коэффициента трения изменяется следующим образом:

$$I_m\Delta\omega = I_m \frac{\Delta V}{R} = R\int_0^t kN^* dt , \qquad (3)$$

где I_m - момент инерции гранулы, $I_m = \frac{2}{5}mR^2$.

Перед соударением с поверхностью изделия гранула среды совершает поступательные и вращательные движения. Наблюдениями установлено, что скорость вращательного движения значительно меньше скорости поступательного. Таким образом, допустимо скорость вращения гранулы перед соударением принять равной нулю. В этом случае условие относительного перемещения гранулы и поверхности изделия в течение времени соударения, обеспечивающее съем металла, можно записать следующим образом:

$$V\sin\alpha \geq \left(V\sin\alpha - V_1\right) + \Delta V . \qquad (4)$$

Если значения k и N^* принять осредненными, то выражение (4) представляется в следующем виде:

$$V\sin\alpha \geq \frac{\hat{k}\hat{N}^* t}{m} + \frac{5}{2}\frac{\hat{k}\hat{N}^* t}{m} . \qquad (5)$$

С учетом выражений (1) – (3) неравенство (5) примет вид:

$$V\sin\alpha \geq 2V\hat{k}\cos\alpha + 5\hat{k}V\cos\alpha = 7\hat{k}V\cos\alpha . \qquad (6)$$

Таким образом, условие относительного перемещения гранулы и изделия во время их соударения, приводящее к съему металла, имеет вид:

$$\mathrm{tg}\alpha \geq 7\hat{k} . \qquad (7)$$

Скорость гранулы после соударения будет равна: $V_1 = V\left(\sin\alpha - 7\hat{k}\cos\alpha\right)$, что зависит от величины косого угла α. Для дальнейшего определения закономерностей в механизме съема металла необходимо величину скорости V_1 осреднить по величине угла α, что приводит к следующему выражению:

$$\hat{V}_1 = \frac{V}{\left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}7\hat{k}\right)} \int_{\mathrm{arctg}7k}^{\pi/2} \left(\sin\alpha - 7\hat{k}\cos\alpha\right) d\alpha . \qquad (8)$$

В результате преобразований получаем:

$$V_1 = \frac{V\left[\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right) - 7\hat{k}\left(1 - \sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\right]}{\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}7\hat{k}} . \qquad (9)$$

Таким образом, средняя скорость $\hat{V}_{\hat{\imath}\grave{o}\acute{\imath}}$ относительного перемещения гранулы и обрабатываемой поверхности изделия в случае, определяемом условием (7), будет равна:

$$\hat{V}_{\hat{\imath}\grave{o}\acute{\imath}} = \frac{1}{2}V\left[\frac{2\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right) - 7\hat{k}\left(1 - \sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)}{\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}7\hat{k}}\right] . \qquad (10)$$

В выражении (10) учтено, что $\hat{V}_0 = \hat{V}\sin\alpha = \dfrac{\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)}{\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}7\hat{k}}$. Здесь $\hat{V}_0$ - осредненное значение начальной скорости гранулы.

Если соблюдается условие, когда $\mathrm{arctg}\alpha < 7\hat{k}$, то относительное перемещение гранулы и поверхности изделия, а, следовательно, и съем металла будет происходить не все время соударения. В этом случае можно записать:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = 0; \\ \hat{V}_0 = \hat{V}\sin\alpha = \dfrac{\hat{V}}{\mathrm{arctg}7\hat{k}} \displaystyle\int_0^{\mathrm{arctg}7k} \sin\alpha d\alpha = \dfrac{\hat{V}\left[1 - \cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right]}{\mathrm{arctg}7\hat{k}}. \end{cases} \qquad (11)$$

Торможение гранулы среды во время ее относительного перемещения с обрабатываемой поверхностью изделия определяется выражением:

$$m\Delta V_1 = \int_0^t kN^* dt . \qquad (12)$$

Изменение момента количества движения гранулы в течение того же времени за счет действия силы трения можно определить из соотношения:

$$I_m \frac{\Delta V}{R} = \frac{2}{5}mR\Delta V = R\int_0^t kN^* dt . \qquad (13)$$

Условие качения гранулы по поверхности изделия без учета их относительного движения описывается выражением:

$$V\sin\alpha = \Delta V_1 + \Delta V = \hat{k}\hat{N}^*\frac{t_1}{m} + \frac{5}{2}\hat{k}\hat{N}^*\frac{t_1}{m}. \qquad (14)$$

Из выражения (14) определим время t_1, в течение которого происходит съем металла при соблюдении условия, когда $arctg\alpha < 7\hat{k}$. После осреднения по углу α получим зависимость:

$$\hat{t}_1 = \frac{2Vm\left(1-\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)}{7\hat{k}\hat{N}^*\mathrm{arctg}7\hat{k}}. \qquad (15)$$

Определим длину участка съема металла с обрабатываемой поверхности при соблюдении первого и второго условия. При первом условии, когда $\mathrm{arctg}\alpha \geq 7\hat{k}$, имеем:

$$l^*_1 = \frac{\hat{V}_0+\hat{V}_1}{2}t = \frac{2V^2m}{\hat{N}^*\left(\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)^2}\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\cdot \qquad (16)$$
$$\cdot\left(\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)-\frac{7}{2}\hat{k}\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right).$$

При втором условии, когда $\mathrm{arctg}\alpha < 7\hat{k}$:

$$l^*_2 = \frac{\hat{V}_0+\hat{V}_1}{2} = \frac{2V^2m\left(1-\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)^2}{7\hat{k}\hat{N}^*\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)^2}. \qquad (17)$$

Используя выражения (16) и (17), получим, что осредненная по углу α длина участка съема металла с поверхности изделия при единичном соударении с гранулой среды будет равна:

$$l^* = \frac{2\left(l^*_1\left(\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)+l^*_2\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)}{\pi},$$ а

в дальнейшем после преобразований:

$$l^* = \frac{4V^2m}{\pi\hat{N}^*}\left[\frac{\left(\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)-\frac{7}{2}\hat{k}\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\right)}{\left(\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)}+\frac{\left(1-\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)^2}{7\hat{k}\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)}\right]. \qquad (18)$$

Выделим отдельно функцию зависимости средней длины участка съема металла от коэффициента трения (рис. 2):

$$F(k) = \frac{\left(\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)-\frac{7}{2}\hat{k}\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\left(1-\sin\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)\right)}{\left(\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)}+\frac{\left(1-\cos\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)\right)^2}{7\hat{k}\left(\mathrm{arctg}7\hat{k}\right)}. \qquad (19)$$

Далее переходим к определению значения съема металла, получаемого при соударении гранулы рабочей среды с обрабатываемой поверхностью. Априорно установлено, что использование в технологиях виброобработки гранул среды, обладающих абразивной способностью, формирует на обрабатываемой поверхности следы срезания и сглаживания металла без признаков наклепа (округлые лунки отсутствуют). В этом случае съем металла осуществляется абразивными зернами, выступающими из связки материала гранулы среды. Съем металла, производимый единичной гранулой, определяется выражением:

$$Q_{åä} = l^*\xi_g n_g s_1, \qquad (20)$$

где ξ_g - коэффициент, учитывающий потерю абразивной способности зерен; n_g - коэффициент, учитывающий количество одновременно работающих зерен; s_1 - площадь обрабатываемой поверхности, срезаемая одним зерном.

Коэффициент, учитывающий количество одновременно работающих зерен в связке материала гранулы, можно определить из соотношения:

$$n_g = \frac{S}{s}r_1, \qquad (21)$$

где s - площадь поверхности гранул, занимаемая абразивными зернами; r_1 - коэффициент заполнения поверхности гранулы абразивными зернами.

Площадь S гранулы, участвующей в съеме металла, определяется как:

$$S = 2\pi Rh, \qquad (22)$$

где h - глубина внедрения зерна гранулы в обрабатываемую поверхность.

Глубина h внедрения определяется из выражения:

$$\hat{N}^* = \pi d_g h n_g H_B, \qquad (23)$$

где d_g - диаметр зерна, H_B - твердость материала обрабатываемого изделия по Бринеллю (J.A. Brinell).

Принимая во внимание, что $s = \frac{\pi}{4} d_g^2$, а также используя выражения (22) и (23), получим: $n_g^2 = \frac{8R\hat{N}^* r_1}{\pi d_g^3 H_B}$. Отсюда найдем окончательное выражение для коэффициента n_g, учитывающего количество одновременно работающих зерен:

$$n_g = \sqrt{\frac{8R\hat{N}^* r_1}{\pi d_g^3 H_B}}. \qquad (24)$$

Подставив в выражение (23) выражение (24), получим выражение для глубины внедрения зерна гранулы в поверхность обрабатываемого изделия:

$$h = \frac{\left(\hat{N}^*\right)^{0,5} d_g^{0,5}}{2\left(2\pi H_B R r_1\right)^{0,5}}. \qquad (25)$$

Далее для определения съема металла, получаемого воздействием абразивных зерен гранулы, необходимо определить s_1. Если считать, что единичное зерно гранулы имеет форму, близкую к сфере, то площадь снимаемого им металла будет равна площади сегмента (рис. 3). Сегмент образуется прямой AC и дугой окружности AEC. Площадь сегмента с учетом малости угла α определяется выражением:

$$s_1 = \left(\frac{d_g}{2} + h\right)\sqrt{\frac{d_g^2}{4} - \left(\frac{d_g}{2} - h\right)^2}. \qquad (26)$$

При условии, что $\frac{2h}{d_g} << 1$, выражение (26) примет вид:

$$s_1 = 0,5 d_g^{1,5} h^{0,5}. \qquad (27)$$

В выражении (27) площадь обрабатываемой поверхности, срезаемая одним зерном, пропорциональна корню квадратному от глубины внедрения зерна гранулы в обрабатываемую поверхность. На характер зависимости площади поверхности изделия, срезаемой одним зерном, от глубины внедрения этого зерна в поверхность, геометрическая форма зерна оказывает первостепенное влияние. Так, коническая или пирамидальная форма зерна влияет на упомянутую выше зависимость по квадратичному закону, форма зерна в виде параллелепипеда или цилиндра - по линейному закону, для усеченного конуса или пирамиды при условии $\frac{2h}{d_g} << 1$ закон также линейный.

В используемых для виброобработки рабочих средах форма абразивных зерен связки материала гранул различна и равновероятна, что дает основание вывести осредненную зависимость площади поверхности изделия, срезаемой одним зерном, от глубины внедрения зерна в поверхность изделия:

$$s_1 = k_s d_g^{2-\theta} h^{\theta}, \qquad (28)$$

где k_s - коэффициент, учитывающий влияние формы зерна на глубину внедрения в поверхность изделия, $k_s \approx 0,5$; θ - коэффициент, учитывающий несферичность формы зерна связки материала гранулы, $\theta = 2,0 \ldots 0,5$.

Зависимость площади поверхности изделия, срезаемой одним зерном, от глубины его внедрения в поверхность для различных форм зерен связки материала гранулы показана графически (рис. 4), где $f1$ – конус или пирамида ($\times 10$); $f2$ – усеченный конус или пирамида; $f3$ – параллелепипед; $f4$ – сфера; $f5$ – суммарная площадь поверхности, срезаемая зернами всех форм, $f6$ – осредненная площадь поверхности, срезаемая зернами всех форм (пунктир в верхней части рисунка). Кривые построены в относительных единицах. При расчетах принято, что $d_g / 2h_{\max} = 10$. Масштаб кривых $(f1)$ для зерен связки в форме конуса или пирамиды увеличены в 10 раз ввиду их малости.

Анализ графических зависимостей показывает, что съем металла конусным или пирамидальным абразивным зерном связки материала гранулы (кривая $f1$) незначителен. Осредненная площадь поверхности изделия, срезаемая зернами всех форм (кривая $f6$), достаточно точно совпадает с суммарной площадью поверхности, срезаемой зернами всех форм (кривая $f5$). Кривая $f6$ незначительно отклоняется от кривой $f5$, когда $\frac{h}{h_{\max}} \le 0,5$ ($h_{\max}$ - максимальная глубина внедрения зерна гранулы в поверхность изделия).

Аналитическое выражение, описывающее кривую $f6$, имеет вид:

$$\left(s_1\right)_{rel} = \frac{1,91 d^{1,25} h^{0,75}}{s_1}. \qquad (29)$$

Следовательно, осредненную зависимость площади поверхности изделия, срезаемой одним зерном, от глубины внедрения зерна в поверхность изделия можно представить выражением:

$$s_1 = k_s d^{1,25} h^{0,75} . \qquad (30)$$

Подставив в (30) выражение (25), для глубины проникновения зерна гранулы в материал детали, получим:

$$s_1 = \frac{k_s}{\left(8\pi H_B R r_1\right)^{0,375}} \left(\hat{N}^*\right)^{0,375} d_g^{1,625} . \qquad (31)$$

Подставив (31) и (18) в выражение (20), получим съем металла $Q_{åä}$, для единичной гранулы за время одного соударения с обрабатываемой поверхностью изделия:

$$Q_{åä} = 4V^2 m \frac{F\left(\hat{k}\right) k_s k_g \left(8Rr_1\right)^{0,125} d^{0,125}}{\pi^{1,875} \left(\hat{N}^*\right)^{0,125} H_B^{0,875}} . \qquad (32)$$

Съем металла Q с обрабатываемой поверхности изделия за время t равен:

$$Q = Q_{åä}\, \rho_{èçä}\, v_{imp}\, s_{èçä}\, t , \qquad (33)$$

где $\rho_{èçä}$ - плотность материала изделия, v_{imp} - частота соударений гранул с единицей площади обрабатываемой поверхности, $s_{èçä}$ - площадь поверхности обрабатываемого изделия.

Частота соударений гранул среды с единицей площади обрабатываемой поверхности может быть представлена выражением:

$$v_{imp} = 0,25 \nu V , \qquad (34)$$

где ν - количество гранул в единице объема, V - скорость гранул. Исходя из вывода зависимости длины свободного пробега гранулы, выражение, характеризующее концентрацию гранул, может иметь вид:

$$\nu = \frac{r}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3 + 2\pi C_1 A^2 \omega^2\right)} , \qquad (35)$$

где C_1 - независимая константа.

Исходя из того, что величина независимой константы C_1 пропорциональна массе гранулы, выражение (35) запишем в следующем виде:

$$\nu = \frac{r}{\frac{4}{3}\pi R^3 \left(1 + CA^2\omega^2\right)} , \qquad (36)$$

где C - независимая константа.

Подставив в (33) выражения (32), (34), (36), получим выражение для съема металла за время t:

$$Q = \frac{4 k_s k_g k_\nu \rho_g \rho_{èçä} V^3 F\left(\hat{k}\right) r \left(8Rr_1\right)^{0,125} d^{0,125} st}{\pi^{1,875} \left(N^*\right)^{0,125} H_B^{0,875} \left(1 + CA^2\omega^2\right)} . \qquad (37)$$

В выражении (37) учтено, что m, как масса гранулы, является функцией ее радиуса R. Вместо коэффициента 0,25 в (34) и (37) используется коэффициент $k_\nu < 1$, учитывающий особенности кинетических процессов, циркуляционного и осциллирующего движения гранул; k_g - коэффициент, учитывающий износ поверхности гранулы, $k_g < 1$ [124, 125]; N^* - сила взаимного давления гранулы и обрабатываемой поверхности изделия. В выражение (37) также включен коэффициент k_{liq}, учитывающий использование при виброобработке химически активных растворов, $k_{liq} < 1$.

В выражении (37) используется сила N^* взаимного давления гранулы и обрабатываемой поверхности изделия, которая пропорциональна скорости осциллирующего движения гранул и изделий и не пропорциональна частоте колебаний контейнера. Так, из наблюдений процесса виброобработки известно, что с увеличением частоты колебаний контейнера при неизменной его амплитуде происходит возрастание скорости циркуляционного движения среды. Очевидно, что при этом скорость осциллирующего движения гранул и изделий невелика, так как подводимая энергия затрачивается на образование циркуляционного движения. Увеличение амплитуды колебаний при неизменной частоте не способствует возрастанию скорости циркуляционного движения, а приводит к увеличению силы взаимного давления гранулы и обрабатываемой поверхности изделия. Следовательно, в выражении (37) для скорости V необходимо влияние обоих факторов. Согласно уравнению Бернулли (D. Bernoulli) [3, 4], давление в среде пропорционально произведению ее плотности и квадрата относительной скорости движения, то есть:

$$P = P_{st} + \rho \frac{V^2}{2} , \qquad (38)$$

где P - полное давление рабочей среды; P_{st} - давление рабочей среды, возникающее за счет хаотического движения гранул; ρ - плотность материала гранул рабочей среды; V - скорость циркуляции рабочей среды.