Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет
Кафедра галузевого машинобудування
та лісового господарства

ТЕЗИ

Міжнародної науково-технічної конференції

«ІНЖЕНЕРІЯ ТА ТЕХНОЛОГІЇ: НАУКА, ОСВІТА, ВИРОБНИЦТВО»

м. Луцьк, 15-16 листопада 2018 р.

Луцький НТУ
2018

Тези доповідей Міжнародної науково-технічної конференції «Інженерія та технології: наука, освіта, виробництво» (15-16 листопада 2018 року). – Луцьк : Інф.-вид. відділ Луцького НТУ, 2018. – 300 с.

У збірнику представлено доповіді учасників Міжнародної науково-технічної конференції «Інженерія та технології: наука, освіта, виробництво». Тези доповідей надано в авторській редакції. За фактичний матеріал і його інтерпретацію відповідають автори.

Призначений для вчених, практиків, студентів, магістрантів та аспірантів.

Відповідальний за випуск: к.т.н., доцент В.Л. Мартинюк.

УДК 531.42/531.211/534.13

О.В. Цуркан, к.т.н., В.П. Ковбаса, д.т.н.
Винницкий национальный аграрный университет

ФОРМАЛИЗАЦИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕЙ ДИСКРЕТНОЙ СРЕДЫ В КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ЕМКОСТИ

В прикладных задачах возникает необходимость в определении изменения общей плотности сыпучей дискретной среды и возможных перемещениях ее элементарных объемов внутри емкости, которая приводится в колебательное движение. Такие задачи связаны с определением параметров и режимов движений при сушке сыпучей среды, ее транспортировании, сепарации, обработки деталей в объеме сыпучей среды и др.

В настоящее время отсутствуют достаточно адекватные решения поставленной задачи, особенно в том случае, когда параметры сыпучей среды меняются в процессе ее движения. Поэтому формализация такой задачи, получение уравнений движения и формулированиевозможных способов решений полученных уравнений является актуальной.

При решении поставленной задачи примем некоторые допущения и упрощения:

- сыпучая дискретная среда состоит из частиц, размеры которых как минимум на порядок меньше объемов, в которых рассматриваются движения;
- размеры частиц остаются неизменными в процессе движения;
- контактная прочность частиц сыпучей средывыше напряжений, возникающих на границах контакта;
- контактные условия на границе сыпучая среда – стенки емкости могут быть учтены в граничных условиях либо игнорироваться;
- изменение плотности среды происходит за счет изменения пористости (упаковки) и плотности самих частиц.

Такие допущения позволяют использовать при формализации процесса методы механики сплошной среды. При этом все внешние прилагаемые к емкости возмущения могут быть сформулированы в граничных условиях.

Таким образом,в качестве исходных для построения конечных уравнений движения и изменения плотности сыпучей среды можно использовать следующие группы уравнений для сплошной среды в Эйлеровой постановке задачи.

Первая группа уравнений – уравнения динамики движения в декартовых координатах:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}+\rho\frac{d^2(U)}{dt^2}=X;\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}+\rho\frac{d^2(V)}{dt^2}=Y;\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\rho\frac{d^2(W)}{dt^2}=Z,$$

где U,V,W – компоненты перемещений элементов среды; ρ – плотность среды, X,Y,Z – массовые (объемные силы).

Вторая группа – геометрические уравнения связи напряжений с деформациями (скоростями деформаций):

$$\varepsilon_x=\frac{\partial U}{\partial x};\varepsilon_y=\frac{\partial V}{\partial x};\varepsilon_z=\frac{\partial W}{\partial x};\gamma_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x};\gamma_{xz}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x};\gamma_{yz}=\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}.$$

$$\dot\varepsilon_x=\frac{\partial\dot U}{\partial x};\dot\varepsilon_y=\frac{\partial\dot V}{\partial y};\dot\varepsilon_z=\frac{\partial\dot W}{\partial z};\dot\gamma_{xy}=\frac{\partial\dot U}{\partial y}+\frac{\partial\dot V}{\partial x};\dot\gamma_{yz}=\frac{\partial\dot V}{\partial z}+\frac{\partial\dot W}{\partial y};\dot\gamma_{xz}=\frac{\partial\dot W}{\partial x}+\frac{\partial\dot U}{\partial z}.$$

где $\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z,\dot\varepsilon_x,\dot\varepsilon_y,\dot\varepsilon_z$ – компоненты относительных нормальных деформаций и их скоростей, соответственно, $\gamma_{xy},\gamma_{xz},\gamma_{yz},\dot\gamma_{xy},\dot\gamma_{xz},\dot\gamma_{yz}$ – компоненты относительных сдвиговых деформаций и их скоростей, соответственно, $\dot U,\dot V,\dot W$ – компоненты скоростей среды.

Третья группа уравнений – физические уравнения связи компонент напряжений с компонентами скоростей деформаций для вязкопластического тела Бингама:

$$\sigma_x=3\mu_0\dot\varepsilon_0+\frac{\mu}{(1+\nu)}(\dot\varepsilon_x-\dot\varepsilon_0)+k;\sigma_y=3\mu_0\dot\varepsilon_0+\frac{\mu}{(1+\nu)}(\dot\varepsilon_y-\dot\varepsilon_0)+k;\sigma_z=3\mu_0\dot\varepsilon_0+\frac{\mu}{(1+\nu)}(\dot\varepsilon_z-\dot\varepsilon_0)+k;$$

$$\tau_{xy}=\eta\dot\gamma_{xy}+k;\tau_{xz}=\eta\dot\gamma_{xz}+k;\tau_{yz}=\eta\dot\gamma_{yz}+k;$$

$\mu_0=\frac{\mu}{3(1-2\nu)};\dot\varepsilon_0=\frac{\dot\varepsilon_x+\dot\varepsilon_y+\dot\varepsilon_z}{3});\mu=2\eta(1+\nu)$, при $(\varepsilon_i,\dot\varepsilon_i,\gamma_{ij},\dot\gamma_{ij})=0$, $k=0$ при $(\varepsilon_i,\dot\varepsilon_i,\gamma_{ij},\dot\gamma_{ij})\neq 0$

где $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z,\tau_{xy},\tau_{xz},\tau_{yz}$ – компоненты нормальных и касательных напряжений, $\dot\varepsilon_0$ – скорость объемной деформации, $\dot\varepsilon_x,\dot\varepsilon_y,\dot\varepsilon_z,\dot\gamma_{xy},\dot\gamma_{xz},\dot\gamma_{yz}$ – компоненты нормальных и касательных скоростей деформаций, μ_0,μ,η – модули объемной, линейной и сдвиговой вязкости, ν – коэффициент бокового расширения (аналог коэффициента Пуассона), величина k определяется как функция существенного проявления пластичности для определения условия пластического течения среды.

Подстановка компонентов третьей группы уравнений во вторую и последующая их подстановка в первую группу уравнений динамики движения позволяет получить уравнения движения сыпучей среды в виде:

$$\rho\left(\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}\right)=X+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\nu\left(\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right);$$

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial V}{\partial z}\right)=Y+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\nu\left(\frac{\partial V}{\partial y}-\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial W}{\partial z}\right)\right)\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}\right)\right);$$

$$\rho\left(\frac{\partial W}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial x}+V\frac{\partial W}{\partial y}+W\frac{\partial W}{\partial z}\right)=Z+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2\eta}{(-1+2\nu)}\left(\frac{\partial W}{\partial z}-\nu\left(\frac{\partial W}{\partial z}-\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial V}{\partial y}\right)\right)\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\left(\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}\right)\right).$$

Данная группа уравнений должна быть дополнена уравнениями неразрывности среды в виде:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho V)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho W)}{\partial z}=0\,.$$

Составляющая проявления пластичности отсутствует при движении среды, где основной составляющей сопротивления является вязкая составляющая. При этом, как можно заметить из приведенных уравнений, что как плотность $\rho=\rho(x,y,z,t)$, так и вязкость $\eta=\eta(x,y,z,t)$ являются переменными величинами. То есть, полученная система уравнений является системой уравнений с переменными коэффициентами.

Чтобы замкнуть приведенную выше систему,она должна быть дополнена граничными условиями, которые могут быть получены из начальных условий движения емкости, в которой находится сыпучая среда. В общем виде емкость может быть представлена в виде некоторого желоба с приложенными возмущающими воздействиями (рис.1).

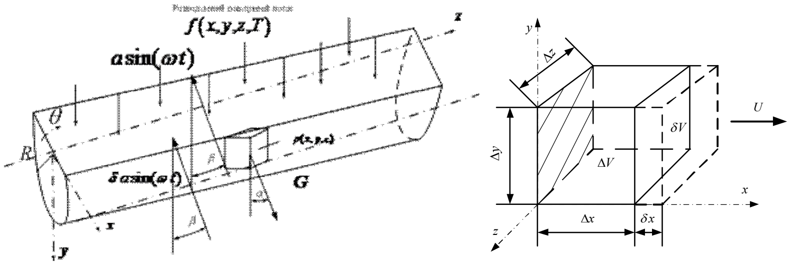
Исходя из приведенной схемы емкости, можно записать граничные условия, определяемые приложенными внешними нагрузками в виде следующих зависимостей.

В начальный момент времени:

При $\left(U=V=W\right)\Big|_{\substack{t=0,\\ x=y=R}}=0\ ;\ \rho\Big|_{t=0}=\rho_0$

Проекции массовых сил: $Y=\rho\, g\, C\mathrm{os}[\alpha], Z=\rho\, g\, Sin[\alpha]$.

Функциявозмущающих движение сил должна быть выражена через ускорение и плотность с учетом углов наклона возмущающей силы к оси oy в плоскости xoy -- β, α -- угол наклона оси цилиндра к оси oz в плоскости yoz.



а **б**

Рис. 1 – Схема емкости ***а*** в виде желоба с сыпучей средой и схема к пониманию функции изменения плотности ***б***

Возмущающие движение компоненты ускорений выражаются зависимостями:

$$\ddot{V} = -(a + \frac{1}{2}(R + x)\delta)\omega^2 Cos[\alpha]Cos[\beta]Sin[t\omega]; \quad \ddot{\theta} = -\omega^2 arctg\left[\delta/2R\right] Cos[\alpha]Cos[\beta]Sin[t\omega];$$

$$\ddot{W} = -(a + \frac{1}{2}(R + x)\delta)\omega^2 Cos[\alpha]Cos[\beta]Sin[t\omega],$$

где ω – угловая скорость возмущающего действия.

Для обеспечения надежности получения решения в стационарном режиме необходимо ввести функцию изменения плотности от компонент скоростей движения среды. Такая функция часто называется функцией состояния. Она может быть получена на основании феноменологических рассуждений, исходя из схемы рис. 1. ***б***. Без особых пояснений можно записать: $\rho = \eta / (\mathbf{U}\mu)$, где $\mathbf{U}$ – вектор скорости среды, μ –эмпирический коэффициент с размерностью [м].

Полученные уравнения могут быть решены лишь численными методами с использованием метода конечных элементов (FEM) или конечных объемов (DEM) с использованием прикладных пакетов, базирующихся для первого случая – на использовании конечных элементов (например, ComsolMultiphysics, MatLab),для второго случая – на использовании конечных объемов (например, ANSYS).

Таким образом, формализован процесс движения сыпучей среды и изменения ее плотности в емкости, которая приводится в движение неким возмущающим воздействием и составлены уравнения для решения этой задачи.