

ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2019

УДК 519.8(075.8)

О-62

Автори: Буреннікова Н.В., Зелінська О.В., Ушкаленко І.М., Буренніков Ю.Ю.

Рекомендовано до друку Вченою Радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 7 від 31.01.2019 р.)

Рецензенти:

А.В. Скрипник, доктор економічних наук, професор,

В.В. Зянько, доктор економічних наук, професор,

О.О. Прутська, доктор економічних наук, професор,

Оптимізаційні методи і моделі: навч. посібник / Н.В. Буреннікова, О.В. Зелінська, І.М. Ушкаленко, Ю.Ю. Буренніков – Вінниця: ВНТУ, 2019. – 121с.

ISBN

У навчальному посібнику міститься стислий виклад методів економіко-математичне моделювання у відповідності до програми курсу «Оптимізаційні методи і моделі», який містить основи математичного програмування і економіко-математичного моделювання економічних процесів та ситуацій.

Кожний розділ посібника містить теоретичні відомості, різноманітні приклади застосування методу моделей для аналізу типових економічних ситуацій, тести та перелік питань для контролю.

Посібник призначений для студентів (магістрантів) та викладачів економічних дисциплін, а також для працівників, які цікавляться проблемами проведення досліджень з використанням оптимізаційних методів вирішення сучасних економічних задач.

Зміст

Вступ	4
Тема 1. Концептуальні аспекти математичного моделювання економіки.	6
Тема 2. Загальна задача лінійного програмування та методи її розв'язування.	13
Тема 3. Основи теорії двоїстості.	35
Тема 4. Транспортна задача. Методи розв'язування ТЗ.	48
Тема 5. Оптимізація в умовах невизначеності, стохастичне програмування	65
Тема 6. Моделі сіткового планування і управління.	75
Тема 7. Ігрові моделі та методи.	88
Тема 8. Балансові моделі та методи.	97
Список літератури	118

Вступ

Сфера застосування оптимізаційних методів і моделей є досить широкою. Математичне моделювання, планування і прогнозування в економіці, техніці тощо пов'язані з необхідністю пошуку найкращого з можливих варіантів функціонування систем будь-яких рівнів ієрархії, з покращенням якості, надійності та достовірності моделей, скороченням їхньої розмірності тощо.

Задача розрахунку параметрів чисельної математичної моделі в більшості випадків зводиться до вирішення деякої оптимізаційної задачі. Методи оптимізації призначено для знаходження екстремумів функцій і точок, у яких вони мають місце при наявності обмежень або без них.

Ефективне застосування оптимізаційних методів і моделей потребує знань принципів і прийомів математичного моделювання, вмінь побудови економіко-математичних моделей економічних процесів й явищ, знань методик інтерпретації результатів моделювання різних явищ, процесів, задач, зокрема, економічних.

У посібнику містяться теоретичні матеріали з основ оптимізації та комплекс вправ для більш глибокого засвоєння курсу “Оптимізаційні методи та моделі”, що викладається студентам економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Практичні завдання, які наведено в посібнику, спрямовано на вирішення проблемних господарських ситуацій та їх моделювання на підґрунті реальної інформації за показниками діяльності суб'єктів господарювання, а також на проведення досліджень за комплексом функціональних потреб керівників різних рівнів.

У процесі вивчення курсу “Оптимізаційні методи та моделі” перед студентами поставлено такі завдання:

- зрозуміти сутність науково-практичної проблеми для певного об'єкту економічних досліджень;
- вивчити економічні категорії, що характеризують проблему, яка вивчається;
- зуміти інформаційно виразити за допомогою системи показників стан та зміну певної господарської ситуації, визначити відповідні параметри та критерії оптимізації;
- вибрати найбільш ефективні методи дослідження об'єкта та здійснити на їхній основі розрахунки;
- навчитись здійснювати обґрунтовані, об'єктивні висновки та пропозиції за результатами проведених досліджень;
- вміти оформляти висновки на запит користувачів відповідно до стандартів аналітичного процесу.

Метою цього навчального посібнику є пізнання та використання на практиці оптимізаційних методів і моделей, котрі формуються під впливом дії мінливих зовнішніх та внутрішніх факторів зовнішнього середовища і характеризують діяльність суб'єктів господарювання як систем, економічні явища й процеси на мезо- та макрорівнях.

Навчальний посібник містить ключові слова по кожній темі, які дозволяють студентам самостійно заздалегідь підготуватись до конкретного теоретичного чи практичного заняття шляхом опанування відповідної законодавчої бази, категорійного апарату тощо. Осмислення ключових слів є необхідним також для написання рефератів за відповідними темами та під час самостійної роботи.

Далі на практичному занятті під керівництвом викладача студенти мають ознайомитися з методикою розв'язання типових задач, наведених за відповідною темою в посібнику, і розв'язати за запропонованим викладачем варіантом задачі по конкретній темі самостійно, оформивши результати в своєму зошиті або у вигляді друкованого звіту. Вихідні дані певної кількості задач посібника є умовними, але більшість з них складено на основі реальних даних діючих підприємств.

Домашнім завданням студентам може бути запропоновано написання реферату за вказаною в посібнику темою.

Посібник містить також перелік основної і додаткової літератури за кожною темою, з якою студентам необхідно ознайомитись для розв'язання практичних задач, використання під час самостійної роботи, відповідей на запитання для самоперевірки та при написанні рефератів.

Таким чином, проведені студентами під керівництвом викладача розрахунки та дослідження, дозволяють студентам здійснити оцінку стану, зміни й розвитку економічних явищ та процесів, діагностику причин і факторів, що впливають на ці явища та процеси, кількісне й якісне вимірювання причинно-наслідкових зв'язків, їх інтерпретацію відповідно до цілей управління з використанням відповідних оптимізаційних методів і моделей, прийняти відповідне управлінське рішення.

У результаті вивчення дисципліни студент має одержати потрібні знання з теорії та практики використання оптимізаційних методів і моделей стосовно сучасних економічних задач та напрямків розвитку економіки.

Тема 1. Концептуальні аспекти математичного моделювання економіки

1. Математичне моделювання в економіці
2. Класифікація економіко-математичних моделей
3. Вимоги до економіко-математичних моделей
4. Математичне програмування
5. Структура математичної моделі
6. Класифікація розділів математичного програмування за типом функцій і обмежень оптимізаційних задач



Ключові слова і поняття: модель, моделювання, методи, математичне програмування, оптимізація.

1. Математичне моделювання в економіці

Економіко-математичні методи – умовна назва комплексу наукових напрямів у дослідженні економічних процесів методами математики та кібернетики.

Математичні методи застосовують до різних галузей людської діяльності з моменту їхнього започаткування, передусім, з метою різноманітних господарських обчислень. В економіці використання математичних методів має багате минуле, хоча науковий напрям, пов'язаний із застосуванням математичних методів і обчислювальної техніки в економіці, швидкими темпами почав розвиватися лише наприкінці 50-х років.

Досвід застосування математичних методів дає відповіді на важливі методологічні запитання економічної науки, допомагає оцінити їх ефективність і перспективи використання. Безліч результатів застосування математичних методів з далекого минулого актуальні й сьогодні.

Найважливішим у використанні математики в економіці є не виконання арифметичних розрахунків, а математичне моделювання економічного явища, ситуації чи процесу з метою вивчення того чи іншого аспекту у його розвитку.

Чималі проблеми у використанні економіко-математичних методів виникають під час їхнього впровадження у систему планування та керування, в інформаційному забезпеченні, у можливості врахування динаміки економічних процесів.

Під *математичним моделюванням* економічних процесів розуміють побудову математичних моделей в економіці, виконання експериментів за цими моделями, вивчення області їхнього застосування. Цей процес передбачає побудову абстракцій, формування аналогій і конструювання наукових гіпотез. Математичне моделювання є методом наукового пізнання, характерною особливістю якого є дослідження об'єкта-оригіналу через вивчення об'єкта-замінника (тобто моделі об'єкта-оригіналу). Ця особливість математичного моделювання визначає специфічні форми застосування абстракцій, аналогій та формулювання гіпотез і теорій.

Процес моделювання включає три елементи:

- 1) суб'єкт (дослідник);
- 2) об'єкт дослідження;
- 3) модель як опосередковане відношення суб'єкта та об'єкта.

Причиною застосування методу математичного моделювання у дослідженні об'єктів, явищ і процесів є те, що безпосередньо їх вивчити неможливо або неефективно. У тих випадках, коли математична модель досить адекватно відображає проблемну ситуацію, вона стає надзвичайно важливим інструментом дослідження. Математична модель доступна для виконання експерименту, досить зручна в аналізі зв'язків, результатів взаємодії параметрів і змінних, її можна точно оцінити. Причини похибок при її використанні також піддаються оцінюванню.

Реальні економічні процеси відбуваються на досить тривалому проміжку часу. Вони можуть тривати доволі довго. У них беруть участь різні види ресурсів і їх зазвичай неможливо відтворити у цілковито ідентичних умовах. Експерименти над такими процесами дуже дорогі або просто неможливі. У математичних моделях за допомогою формул, рівнянь, нерівностей, якщо вони з достатньою повнотою відображають модельований процес, можна проаналізувати взаємодією змінних, параметрів – власне, економічних величин. Ці моделі дають змогу виконати різноманітні експерименти. Доцільність використання математичних моделей значною мірою визначають рівновагою між її адекватністю і простотою, тому процес складання моделі є одним зі значних, відповідальних і творчих моментів дослідження економічних процесів.

Оскільки можливості числових методів реалізації економіко-математичних моделей досить обмежені, а також обмеженими є можливості засобів обчислення, виникає необхідність спрощення моделей.

Тому на початку процесу дослідження важливо з'ясувати можливості математичних методів і обчислювальної техніки. Спростувати модель необхідно і тоді, коли є потреба зменшення витрат на моделювання і одержання необхідної інформації. Однак, коли спрощення моделі зумовлює відхід від реальної дійсності та від цілі моделювання, то це зазвичай зменшує її цінність і може спричинити до помилок в одержанні результатів дослідження і висновків, зроблених щодо них. Отже, в процесі моделювання необхідно знаходити компромісні відповіді на такі питання.

Перевага моделі полягає у тому, що соціально-економічні системи дуже високого рівня складності можна замінити у процесі дослідження відносно простими, але доступними для аналізу та обчислень моделями, причому ті характеристики системи, які цікавлять дослідника, можуть бути відображені у моделі навіть більш рельєфно та чітко, без урахування незначних деталей та випадкових чинників.

Визначимо ще один бік проблеми моделювання економічних процесів. Кожний економічний процес залежить від чинника часу. Врахування динаміки процесу значно ускладнює економіко-математичну модель та ускладнює реалізацію модельного експерименту. Тому таку *динамічну*

модель часто зображають як багатокрокову задачу, розв'язок якої на кожному наступному кроці залежить від інформації, отриманої на попередньому. У *статичних* моделях, у яких не враховано чинник часу, розв'язок одномоментний. Він дає відповідь на поставлення в задачі питання для фіксованого моменту часу.

Економічна система є імовірнісною системою, тобто явищам і процесам, які відбуваються в ній, властивий імовірнісний характер. *Стохастичні* моделі, які враховують це, значно важче реалізувати, ніж *детерміновані* моделі. Тому часто, якщо це можливо, імовірнісним характером системи нехтують. Значення параметрів приймають за достовірні.

2. Класифікація економіко-математичних моделей

Серед найпоширеніших класифікацій економіко-математичних моделей наведемо такі:

- 1) За врахування чинника невизначеності:
 - детерміновані;
 - стохастичні.
- 2) За врахуванням чинника часу:
 - статичні;
 - динамічні.
- 3) За характером зв'язків між змінними:
 - лінійні;
 - нелінійні.
- 4) За ступенем структуризації господарських процесів:
 - однопродуктові і багатопродуктові;
 - одноступеневі і багаторівневі;
 - одноступеневі і багаторівневі.
- 5) За характером вимог до розв'язків:
 - балансові;
 - оптимізаційні.
- 6) За ступенем охоплення (агрегування) економічних об'єктів:
 - макромоделі;
 - мікромоделі.
- 7) За цільовим призначенням:
 - теоретико-аналітичні;
 - прикладні.
- 8) За призначенням:
 - балансові;
 - трендові;
 - оптимізаційні;
 - імітаційні.
- 9) За типом інформації:
 - аналітичні (на апріорній інформації);
 - ідентифіковані (на апостеріорній інформації).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Анісімов В.В., Черняк О.І. Математична статистика. – К.: МП "Леся", 1995.
2. Буреннікова Н. В., Ярмоленко В.О. Результативність функціонування складних економічних систем аграрного спрямування. Монографія. Вінниця. ВНАУ. 2017. 168 с.
3. Вентцель Е. С. Элементы динамического программирования. — М.: Наука, 1964.
4. Вовк В.М. Оптимізаційні методи і моделі : навч. посібник / В.М. Вовк, Л.М Зомчак. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 360 с.
5. Вовк В.М. Особливості використання методу моделей в економічному аналізі / В. М. Вовк, Н. І. Камінська, І. М. Ушкаленко // Формування ринкової економіки в Україні: зб. наук. пр. – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2012. – Вип. 27. – С. 55 – 57.
6. Забуранна Н.В. Оптимізаційні методи та моделі: [Підручник] / Н.В. Забуранна, Н.А. Попрозман, О.І. Клименко та ін. – К. : НУБІП, 2014. – 372 с.
7. Зайченко Ю. Т. Исследование операций. — М.: Высш. шк., 1985.
8. Клочко О.В., Клочко В.І., Потапова Н.А. Методи оптимізації в економіці: Навчальний посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2012. – 448 с.
9. Колпаков В. М. Теория и практика принятия управленческих решений: Учеб. пособие. — К.: МАУП, 2000.
10. Комашко О.В. Практикум з прогнозування. – К.: РВВ КІЕМБСС, 2000.
11. Корольов М.Є., Павленко В.І., Савіна О.В., Тимошенко А.г. Дослідження операцій і методи оптимізації. – К.: Університет «Україна», 2007. - 177 с.
12. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1995.
13. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: "Знання", КОО, 1998.
14. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Практикум з використанням комп'ютера. – К.: "Знання", КОО, 1998.
15. Лук'яненко І. Г., Городніченко Ю. О. Сучасні економетричні методи у фінансах. — К.: Літера ЛТД, 2002.
16. Лысенко Ю.Г., Егоров П.В., Овечко Г.С., Тимохин В.Н. Экономическая кибернетика: Учебное пособие; изд. 2-е / Под ред. д-ра экон. наук, проф. Ю.Г.Лысенко, Донецкий национальный университет.— Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2004.— 516 с.
17. Машина Н.І. Математичні методи в економіці: Навчальний посібник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2003. – 148 с.
18. Мицель А.А. Математическая экономика:Лабораторный практикум. –Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 184 с.
19. Моделювання економічної динаміки: Навч. посіб. - К.: Атака, 2006.- 276 с.
20. Мочерный С. В., Некрасов В. Н., Овчинников В. Н., Секретарюк В. Н. Современная экономическая система и тенденции ее развития в начале третьего тысячелетия // Экономическая теория: Учеб. для вузов. — М., 2000. — С. 334—348.
21. Мухин В. И. Исследование систем управления. — М.: Экзамен, 2002. — 384с.
22. Наконечний С. І., Савіна С.С. Математичне програмування:Навч. посіб.- К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
23. Оленко А. Я., Ядренко М. Й. Дискретна математика: Навч.-метод. посіб. / Національний ун-т «Києво-Могилянська академія». — К., 1996.
24. Поліщук Н.В. Функціонування економічних систем: моделювання складових результативності: Монографія. – Вінниця, 2010. – 396 с.
25. Пономаренко Л.А. Основы экономической кибернетики: Підручник. – К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2002. – 432 с.

26. Пономаренко О.Ш., Пономаренко В.О. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі: Навч. посібник. – К.: Либідь, 1995. - 240 с.
27. Прогнозування і розробка програм: Метод. посібник / За ред. В. Ф. Беседіна. — К.: Наук. світ, 2000. — 468 с.
28. Рапопорт Б. М. Оптимизация управленческих решений. — М.: ТЕИС, 2001. — 264 с.
29. Системный анализ в управлении: Учеб. пособие / В. С. Анорилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин; Под ред. А. А. Емельянова. — М.: Финансы и статистика, 2002. — 368 с.
30. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем: Учеб. для вузов. — М.: Высш. шк., 2001. — 343 с.
31. Сошникова Л. А., Тамашевич В. Н., Уебе Г., Шефер М. Многомерный статистический анализ в экономике: Учеб. Пособие для вузов / Под ред. проф. В. Н. Тамашевича. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
32. Сучасні економічні системи: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц./ О.О. Беляєв та ін. – К.: КНЕУ, 2003 – 126 с.
33. Таха Х. Введение в исследование операций: В 2 т.— М.: Мир, 1985.
34. Трохимчук Р. М. Теорія графів: Навч. посіб. для студ. ф-ту кібернетики / Київський ун-т ім. Т. Шевченка. — К.: РВЦ «Київський університет», 1998.
35. Холден К., Піл Д.А., Томпсон Дж. Л. Економічне прогнозування: Вступ. – К.: Інформтехніка, 1996
36. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Системний аналіз: Навч.метод.посібник для самост. вивч. дисц. – К.:КНЕУ, 2003, 154 с.
37. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. — 367 с.
38. Шимко П.Д. Оптимальное управление экономическими системами: Учебн. пособие. – СПб: Издательский дом «Бизнес-пресса», 2004. – 240с.
39. Шикин Е. В., Чмартышвили А. Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. — М.: Дело, 2000.
40. Эддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений: Пер. с англ / Под ред. И.И.Елисейевой. — М.: ЮНИТИ, Аудит, 1997. Левина Н.С., Харджиева С.В., Цветкова А.Л. MS Excel и MS Project в решении экономических задач. – М.:СЛОН-Пресс, 2006. -112 с.
41. Экономико-математические методы и прикладные модели / — Под ред. Федосеева В. В. — М.: ЮНИТИ, 1999. — 391 с.

Додаткова

1. Hendry D. Dynamic Econometrics. – Oxford, 1995.
2. Mills T. C. The Econometric Modelling of Financial Time Series // Cambridge University Press, 1993, p. 247.
3. Price L. Economic Analysis in a Central Bank – Models Versus Judgment // Handbooks in Central Banking, № 3, Bank of England, 1996.
4. Андрейчиков А. В., Андрейчикова О. Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. — М.: Финансы и статистика, 2000.
5. Бажин Н. Н. Информационные системы менеджмента. — М.: ГУ-ВШЭ, 2000.
6. Наконечный С. И., Терещенко Т. О., Романюк Т. П. Эконометрія: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 1997.
7. Секторальні моделі прогнозування економіки України / За ред. В. М. Гейця. — К.: Фенікс, 1999.
8. Терехов Л.Л. Кибернетика для экономистов. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 191 с.

9. Черваньов Д. М., Комашко О. В. Економетрика: Курс лекцій. – К.: РВУ КІЕМБС, 1998.
10. Черняк О. І., Обушна О. М., Ставицький А. В. Збірник задач з теорії імовірностей та математичної статистики. – Київ: Знання, 2000.
11. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Економічна кібернетика: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2004. – 231 с.
12. Экономическая кибернетика: Учеб. пособие.— Донецк: Дон ГУ, 1999.

Навчальне видання

Буреннікова Наталія Вікторівна
Зелінська Оксана Владиславівна
Ушкаленко Ірина Миколаївна
Буренніков Юрій Юрійович

ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

Рукопис оформлено Ю. Буренніковим

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет виготовлено О. Ткачуком

Підписано до друку 03.04.2019

Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Ризографія. Авт. арк. 5,5.

Обл.-вид. арк. . Тираж 300 прим. Зам. _____.

Підготовлено до друку та видруковано
у вищому навчальному закладі
«Вінницький національний технічний університет»,
Інформаційний редакційно-видавничий цент.
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 3516.
21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95.