



Ланець О. С.

д.т.н., професор

*Національний
університет «Львівська
політехніка»*

Деревенько І. А.

к.т.н., старший викладач

*Вінницький
національний аграрний
університет*

Lanets O. S.

*Lviv Polytechnic National
University*

Derevenko I. A.

*Vinnitsia National
Agrarian University*

УДК 621.9.048.6

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТА ОПОРУ РУХУ ДЕБАЛАНСНОГО ВІБРОЗБУДНИКА

За допомогою узагальнених рівнянь Лагранжа II-го роду записано диференціальне рівняння обертання ротора електродвигуна в одномасовій коливальній системі з інерційним приводом. На основі нечіткого математичного розв'язку диференціального рівняння в околі резонансного піка отримано аналітичний вираз для встановлення моменту опору руху ротора електродвигуна з жорстко закріпленим до нього дебалансом. Момент збурення електродвигуна на резонансній частоті для уникнення проявів ефекта Зоммерфельда повинен бути завжди більшим за момент опору. Власне це і є умовою безперешкодного проходження обертів ротора електродвигуна обмеженої потужності через резонансний пік, що формується коливальною системою, утвореною з маси на віброізоляторах. Виведена аналітична залежність елементарно поширюється і на багатомасові коливальні системи.

Ключові слова: механічна коливальна система, вібраційна машина, ротор, дебаланс, резонансний пік, момент опору.

Вступ та постановка проблеми.

Сьогодні складно уявити різні галузі промисловості та господарства без використання вібраційного технологічного обладнання. З кожним роком воно набуває все більшого поширення на ділянках автоматизації орієнтування та завантаження обладнання штучними виробами, операціях виготовлення будматеріалів, технології змішування сипких сумішей у фармацевтиці і сільському господарстві, зміцнювальних і викінчувальних операціях у машинобудуванні. Саме економічні чинники, надійність, висока виробнича доцільність, відносна простота виготовлення вібраційного обладнання та легкість його застосування на автоматичних ділянках обумовлює швидке поширення вібраційної техніки.

Використовувані на енергомістких виробництвах вібраційні машини є великогабаритними та потужними. Одним із найпоширеніших приводів переважної більшості таких машин є інерційний на основі дебалансних віброзбудників, завдяки відносній легкості розрахунку та простоті застосування.

Широке використання дебалансних віброзбудників не вказує на беззаперечні їхні переваги та бездоганність порівняно з іншими

типами приводів. Так, в таких вібраційних машинах є ймовірність “зависання” обертів електродвигуна з жорстко закріпленим дебалансом в околі резонансного піка. Просто встановити споживану потужність привода на номінальних (робочих) частотах буває недостатньо.

Аналіз відомих досліджень і публікацій. Дослідження роботи вібраційних машин з інерційним збудником коливальних викладені у багатьох працях, огляд яких можна знайти в [1-3]. Детальний аналіз проходження зони резонансу коливальною системою з інерційним збудником коливальних наведено

у роботах [4, 5]. Особливості розбігу вібромашин з дебалансними збудниками, що самосинхронізуються, аналізуються в [6].

Отримані авторами аналітичні залежності є доволі точними. Проте їх встановлення відбувалось з використанням відносно складних математичних перетворень.

Метою статті є встановлення моменту опору руху ротора з дебалансним збудником в одномасових вібраційних машинах з інерційним приводом на основі нечітких математичних перетворень, що дозволить наближено, проте доволі просто отримати аналітичний вираз.



Основний матеріал. Візуалізацію процесу “зависання” обертів незбалансованого

ротора електродвигуна в околі резонансного піка показано на рис. 1.

Радіус-вектор розташування центра мас дебаланса в нерухомій системі координат

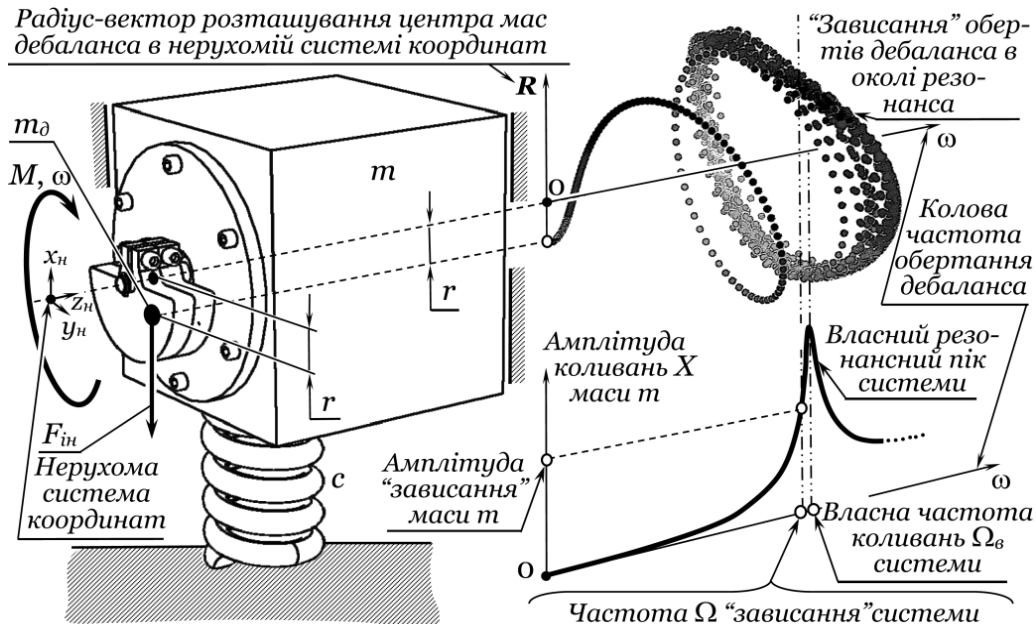


Рис. 1. Візуалізація процесу “зависання” обертів незбалансованого ротора електродвигуна в околі резонансного піка

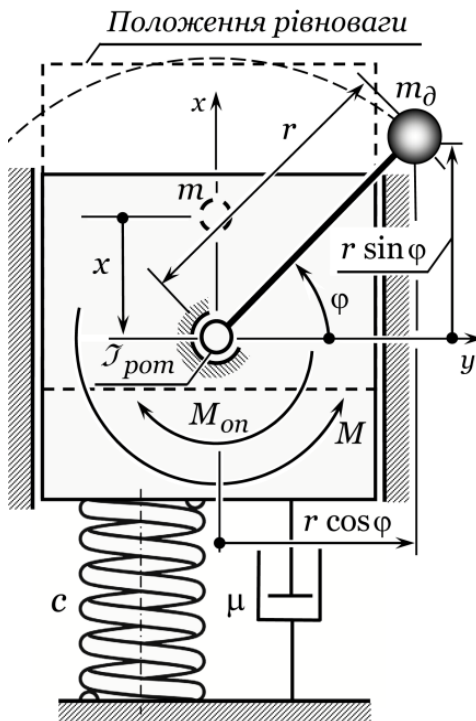


Рис. 2. Принципова схема одномасової коливальної системи з інерційним приводом

Щоб цього не відбулось, необхідно забезпечити гарантований прохід дебаланса через резонансний пік. Проаналізуємо диференціальне рівняння руху ротора, попередньо його склавши.

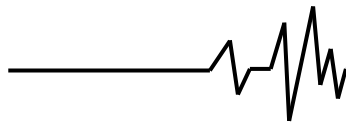
Розглянемо одномасову коливальну систему на рис. 2.

Маса m , що встановлена на фундаменті через пружний вузол жорсткістю c , приводиться в рух від момента збурення M , що прикладається до ротора електродвигуна моментом інерції $J_{рот}$, до якого на радіусі r відносно осі обертання ротора жорстко закріплений дебаланс масою m_d . Маса m має можливість здійснювати рух лише вздовж вертикальної осі X .

В коливальній системі можна виокремити два ступені рухомості, а саме переміщення маси m за координатою X та обертання ротора електродвигуна з дебалансом за координатою φ . Ці координати є незалежні, а тому і обираємо їх як узагальнені. Систему диференціальних рівнянь руху складемо за допомогою узагальнених рівнянь Лагранжа II-го роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}(t)} \right) - \frac{\partial K}{\partial x(t)} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x(t)} - \frac{\partial D}{\partial \dot{x}(t)} + P_x, \quad (1)$$

де K , Π , D , P_x , – відповідно кінетична і потенціальна енергії, функція розсіювання енергії в системі та узагальнене збурювальне зусилля за координатою X .



Отримаємо

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial K}{\partial x} + \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = P_x; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial K}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}} = P_\varphi, \end{array} \right. \quad (2)$$

де P_{x_1} та P_{φ_1} – узагальнені зусилля за лінійною та кутовою координатою.

Запишемо спочатку лінійні і кутові координати кожної з мас. Відхилення від положення рівноваги центра маси m вздовж осей X запишеться як $(-x_1)$; кутове відхилення ротора електродвигуна відобразиться як (φ) . Дебаланс масою m_d здійснює рух за лінійними координатами вздовж осей X та Y . Визначатимуться вони через узагальнені координатами так: $x_d = -x + r \sin \varphi$; $y_d = r \cos \varphi$. Похідні ж за часом від лінійних та кутових координат мас набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\dot{x}; \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}; \quad \dot{x}_d = -\dot{x} + r \dot{\varphi} \cos \varphi; \\ \dot{y}_d &= -r \dot{\varphi} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (3)$$

Визначимо повну кінетичну енергію системи K , що дорівнює сумі кінетичних енергій маси m , маси дебаланса m_d та ротора електродвигуна з моментом інерції $I_{рот}$, що перебуває в обертальному русі. Вважатимемо, що маса ротора входить у параметр m . Отож

$$K = K_m + K_{m_d} + K_{I_{рот}}. \quad (4)$$

Маса m перебуває в прямолінійному русі, а тому

$$K_m = m \dot{x}^2 / 2. \quad (5)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = I \dot{\varphi} - m_d r \dot{x} \cos \varphi; \quad \frac{\partial K}{\partial \varphi} = m_d r \dot{x} \dot{\varphi} \sin \varphi;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} \right) = I \ddot{\varphi} - m_d r \ddot{x} \cos \varphi + m_d r \dot{x} \dot{\varphi} \sin \varphi; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}} = \hat{\mu} \dot{\varphi}. \quad (12)$$

У якості узагальненої сили приймаємо лише крутний момент на роторі електродвигуна

$$P_\varphi = M \quad (13)$$

Підставляючи (12) та (13) в друге рівняння (2), диференціальне рівняння, що описує обертання ротора електродвигуна, набуде вигляду

Дебаланс, перебуваючи в русі за лінійними координатами X_d та Y_d , набуватиме енергії

$$K_{m_d} = m_d \dot{x}_d^2 / 2 + m_d \dot{y}_d^2 / 2. \quad (6)$$

Ротор перебуває в обертальному русі, а тому

$$K_{I_{рот}} = I_{рот} \dot{\varphi}^2 / 2. \quad (7)$$

Підставивши у вираз (4) енергії (5)-(7) з врахуванням (3), отримаємо

$$K = \frac{(m + m_d) \dot{x}^2}{2} + \frac{m_d (-2r \dot{x} \dot{\varphi} \cos \varphi)}{2} + \frac{(I_{рот} + m_d r^2) \dot{\varphi}^2}{2}. \quad (8)$$

Прийнявши, що $m \approx m + m_d$, а $I = I_{рот} + m_d r^2$, (8) перепишеться

$$K = \frac{1}{2} (m \dot{x}^2 + I \dot{\varphi}^2 - 2 m_d r \dot{x} \dot{\varphi} \cos \varphi). \quad (9)$$

Потенціальну енергію системи визначаємо лише за деформаціями пружного вузла, спричиненими процесами коливальності. А тому:

$$\Pi = c x^2 / 2. \quad (10)$$

Дисипативна функція системи:

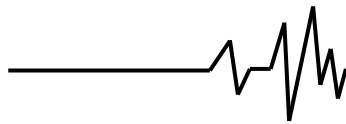
$$D = \mu \dot{x}^2 / 2 + \hat{\mu} \dot{\varphi}^2 / 2, \quad (11)$$

де $\hat{\mu}$ – коефіцієнт в'язкого опору від обертання ротора електродвигуна.

Нас цікавить на даному етапі рівняння руху ротора електродвигуна за координатою φ . Тому, встановимо лише складові другого рівняння (2), використовуючи вирази (9) - (11). Так

$$I \ddot{\varphi} - m_d r \ddot{x} \cos \varphi + \hat{\mu} \dot{\varphi} = M. \quad (14)$$

Вважаємо, що в околі резонансу оберти ротора сповільнюються і ми можемо вважати, що у виразі (14) $I \ddot{\varphi} \approx 0$. Тоді, для безперервного нарощування обертів дебаланса в околі резонансу, спричиненого віброізоляторами, необхідно, щоб момент



збурення M був більшим за величину, що є сумарним моментом опору $M_{оп}$. Тобто

$$M > M_{оп} = m_d r \ddot{x} \cos \varphi + \hat{\mu} \dot{\varphi}, \quad (15)$$

причому доданок

$$m_d r \ddot{x} \cos \varphi = M_{віб}, \quad (16)$$

називатимемо вібраційним моментом. Він разом із моментом в'язкого опору $\hat{\mu} \dot{\varphi}$ і складає сумарний момент опору обертання ротора. Зупинимось на його встановленні.

Оскільки, як ми припустили, оберти ротора в околі резонанса сповільнюються, ми можемо вважати, що він рухається на незмінній

частоті ω , Тобто, приймаємо, що $\varphi = \omega t$, де ω постійна. Тоді, запис (16) в амплітудних значеннях параметрів, на частоті ω , що перебуває в околі резонансного піка, матиме вигляд

$$M_{віб} = m_d r X \omega^2 \sin(\omega t - \zeta) \cos(\omega t). \quad (17)$$

а діюче значення множника $\sin(\omega t - \zeta) \cos(\omega t)$ на періоді $2\pi/\omega$ становитиме

$$\sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (\sin(\omega t - \zeta) \cdot \cos(\omega t))^2 dt} = \frac{\sqrt{2(3 - 2\cos^2 \zeta)}}{4}. \quad (18)$$

Зважаючи на (18) та враховуючи, що максимальне значення амплітуди коливань в одномасовій системі можна визначити згідно

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (\mu\omega)^2}} = \frac{m_d r \omega^2}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (\mu\omega)^2}}, \quad (19)$$

то діюче значення вібраційного момента матиме вигляд

$$M_{віб} = \frac{\sqrt{2(3 - 2\cos^2 \zeta)}}{4} \frac{m_d^2 r^2 \omega^4}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (\mu\omega)^2}}, \quad (20)$$

а отже умова (15) переходу через резонансний пік запишеться як

$$M > M_{оп} = \frac{\sqrt{2(3 - 2\cos^2 \zeta)}}{4} \frac{m_d^2 r^2 \omega^4}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (\mu\omega)^2}} + \hat{\mu} \omega, \quad (21)$$

де частота ω встановлюється згідно виразів:

$$\Omega_B = \sqrt{c/m}, \quad (22)$$

де c – коефіцієнт жорсткості, m – маса;

$$\Omega_p = c \sqrt{\frac{2}{2cm - \mu^2}}, \quad (23)$$

де μ – коефіцієнт в'язкого опору (тертя).

Приймаючи значення Ω_B або Ω_p (значення цих частот для розглядуваних систем мало чим відрізняються одна від одної); M –

крутний момент електродвигуна на резонансній частоті, який визначатимемо за пусковим моментом $M_{пус}$.

Покладаючи, що зсув фаз між переміщенням і силою $\zeta = \pi/2$ та прийнявши для прикладу $\omega = \Omega_B$, отримаємо формулу для визначення момента опору обертання ротора з дебалансним збудником

$$M_{оп} = \frac{\sqrt{6}}{4} \frac{m_d^2 r^2 \Omega_B^4}{\sqrt{(c - m\Omega_B^2)^2 + (\mu\Omega_B)^2}} + \hat{\mu} \Omega_B. \quad (24)$$

Умова (21), набуде вигляду

$$M_{пус} > M_{оп} = \frac{\sqrt{6}}{4} \frac{m_d^2 r^2 \Omega_B^4}{\sqrt{(c - m\Omega_B^2)^2 + (\mu\Omega_B)^2}} + \hat{\mu} \Omega_B. \quad (25)$$



Вираз (25) ще можна переписати у вигляді

$$M_{\text{пус}} > M_{\text{оп}} = \frac{\sqrt{6}}{4} F_0(\Omega_B) X(\Omega_B) + \hat{\mu} \Omega_B = \frac{\sqrt{6}}{4} F_0(\Omega_B) X_{\text{max}} + \hat{\mu} \Omega_B, \quad (26)$$

де $F_0(\Omega_B)$ та $X(\Omega_B)$ – значення сили збурення та амплітуди коливань на частоті резонансного піка, спричиненого віброізоляторами, а X_{max} – значення амплітуди коливань на резонансному піку

$$X_{\text{max}} = \frac{2cm_d r}{\mu \sqrt{4cm - \mu^2}}. \quad (26)$$

Значення пускового моменту $M_{\text{пус}}$ можна встановити знаючи номінальний момент на валу ротора (на частоті Ω_B). Так, $M_{\text{ном}} \approx N/\Omega_B$ і беручи з довідника співвідношення параметрів пускового та номінального моментів $k_{\text{пн}} = M_{\text{пус}}/M_{\text{ном}}$, визначаємо пусковий

$$M_{\text{пус}} \approx k_{\text{пн}} N/\Omega_B. \quad (27)$$

Висновки. Отримано наближену формулу (24) для визначення моменту опору руху ротора з дебалансним збудником в одномасових вібраційних машинах з інерційним приводом. Виконання умови (25), при якій момент збурення буде більшим за момент опору руху ротора унеможливить „зависання” швидкості ротора двигуна з обмеженою потужністю, яка виникає при проходженні через зону резонансного піка.

Список використаних джерел

1. Блехман И. И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. – СПб, ИД «Руда и Металлы», 2013. – 640с.
2. Блехман И. И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
3. Блехман И. И., Индейцев Д. А., Фрадков А. Л. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин, РАН. 2008. №1. – С. 25-31.
4. Блехман И. И., Ярошевич М. П. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы несущей системы. / В кн. Нелинейные проблемы теории колебаний и

теории управления. Вибрационная механика. ИПМаш РАН. – СПб.: Наука, 2009. – С. 110-122.

5. Ярошевич М. П., Ярошевич Т. С. Динамика разбегу вибрационных машин с дебалансным приводом: монография / Луцьк: ЛНТУ, 2010. – 220 с.

6. Ярошевич М. П., Силивонюк А. В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що самосинхронізуються / Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ. – 2013. – №4. – С. 37-45.

Список джерел в транслітерації

1. Blehman I. I. Teoriya vibratsionnykh protsessov i ustroystv. Vibratsionnaya mehanika i vibratsionnaya tehnika. – SPb, ID «Ruda i Metally», 2013. – 640s.
2. Blehman I. I. Vibratsionnaya mehanika. – M.: Fizmatlit, 1994. – 400 s.
3. Blehman I. I., Indeytsev D. A., Fradkov A. L. Medlennyye dvizheniya v sistemah s inertsiyonnyim vzbuzhdeniem kolebaniy // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, RAN. 2008. №1. – S. 25-31.
4. Blehman I. I., Yaroshevich M. P. Perehodnyie rezhimy v inertsiionno-vzbuzhdaemyih poslerезонансных vibratsionnyih ustroystvakh s neskol'kimi stepenyami svobody nesushey sistemy. / V kn. Nelineynyye problemy teorii kolebaniy i teorii upravleniya. Vibratsionnaya mehanika. IPMash RAN. – SPb.: Nauka, 2009. – S. 110-122.
5. Yaroshevich M. P., Yaroshevich T. S. Dinamika rozbigu vibratsiynih mashin z debalansnim privodom: monograflya / Luts'k: LNTU, 2010. – 220 s.
6. Yaroshevich M. P., Silivonyuk A. V. Pro deyaki osoblivosti dinamiki rozbigu vibratsiynih mashin zi zbudnikami, scho samosinhronizuyutsya / Naukoviy visnik NGU. – Dnipropetrovsk. – 2013. – №4. – S. 37-45.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДЕБАЛАНСНОГО ВИБРОВЗБУДИТЕЛЯ

Аннотація. С помощью обобщенных уравнений Лагранжа II-го рода записано дифференциальное уравнение вращения ротора электродвигателя в одномасовой колебательной системе с инерционным



приводом. На основе нечеткого математического решения дифференциального уравнения в окрестности резонансного пика получено аналитическое выражение для установления момента сопротивления движения ротора электродвигателя с жестко закрепленным к нему дебалансом. Момент возмущения электродвигателя на резонансной частоте во избежание проявлений эффекта Зоммерфельда должен быть всегда больше момента сопротивления. Собственно это и является условием беспрепятственного прохождения оборотов ротора электродвигателя ограниченной мощности через резонансный пик, формируемый колебательной системой, образованной из массы на виброизоляторах. Выведена аналитическая зависимость элементарно распространяется и на многомассовые колебательные системы.

Ключевые слова: механическая колебательная система, вибрационная машина, ротор, дебаланс, резонансный пик, момент сопротивления.

DETERMINATION OF MOMENT OF RESISTANCE OF MOVEMENT UNBALANCED VIBRATIONAL EXCITER

Annotation. By means of generalized Lagrange equations of the second kind, the differential equation of rotation of an electric motor rotor in a one-mass vibrational system with an inertia drive is written. On the basis of the fuzzy mathematical solution of the differential equation in the vicinity of the resonance peak, an analytical expression is obtained for determining the moment of resistance of the rotor movement of an electric motor with a rigidly fixed balance to it. The moment of disturbance of the electric motor at the resonant frequency in order to avoid the effects of the Sommerfeld effect should always be greater at the time of resistance. Actually this is a condition for unhindered rotation of the rotor of an electric motor of limited power through a resonance peak formed by a oscillation system formed from the mass on vibration isolators. The deduced analytic dependence is elementarily extended to multivariate oscillatory systems.

Key words: mechanical vibrational system, vibration machine, rotor, debalance, resonance peak, moment of resistance.